Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica

Pró-Letramento

Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental

Matemática

Incluindo SAEB/Prova Brasil
EDIÇÃO REVISADA E AMPLIADA
Matriz de Referência

Brasília – 2008

Diretoria de Políticas de Formação, Materiais Didáticos e de Tecnologias para a Educação Básica

Coordenação Geral de Formação de Professores

Matemática
Autores

Fascículo 1 - Números Naturais
Elizabeth Belfort e Mônica Mandarino

Fascículo 2 - Operações com Números Naturais
Elizabeth Belfort e Mônica Mandarino

Fascículo 3 - Espaço e Forma
Berenice Schwan Ledur, Fernanda Wanderer, Josaine de Moura Pinheiro, Julia Hennemann, Maria Helena Selbach Enriconi e Rosane Wolff

Fascículo 4 - Frações
Rômulo Campos Lins e Heloisa da Silva

Fascículo 5 - Grandezas e Medidas
Mara Sueli Simão Moraes

Fascículo 6 - Tratamento da Informação
Andressa Cesana Biral, Eloísa Maria Ferrari Santos, Joccitiel Dias da Silva e Márcia Inês Pandolfi Sesan

Fascículo 7 - Resolver Problemas: o Lado Lúdico do Ensino da Matemática
Anna Regina Lanner de Moura, Fabiana Fiorezi de Marco, Maria do Carmo de Sousa e Rute Cristina Domingos da Palma

Fascículo 8 - Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais
Carla Cristine Wittmann Chamorro, Ettiène Guérios, Flávia Clarici Mädche, Janira Aparecida da Silva, Maria Cecília Bueno Fischer, Maria Helena Selbach Enriconi, Maria Janete Soligo Baldissera e Rosane Wolff

Fascículo do Tutor
Claudia Pereira do Carmo Murta e Diolina Moura Silva

Guia do Curso
Claudia Pereira do Carmo Murta, Diolina Moura Silva e Valter Luiz dos Santos Cordeiro

Projeto Gráfico, Editoração e Revisão
Sygma Comunicação e Edição

Coordenação Técnica Editorial
Selma Corrêa e Silvana Godoy

DISTRIBUIÇÃO
SEB - Secretaria de Educação Básica
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, 5º Andar, Sala 500
CEP: 70047-900 - Brasília-DF - Brasil
proletramento@mec.gov.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)*

Pró-Letramento : Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental : matemática . – ed. rev. e ampl. incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.
308 p.

Conteúdo: fasc. Guia do curso. – fasc. 1. Números naturais. – fasc. 2. Operações com números naturais. – fasc. 3. Espaço e forma. – fasc. 4. Frações. – fasc. 5. Grandezas e medidas. – fasc. 6. Tratamento da informação. – fasc. 7. Resolver problemas: o lado lúdico do ensino da matemática. – fasc. 8. Avaliação da aprendizagem em matemática nos anos iniciais. – fasc. SAEB – Prova Brasil matriz de referência 4ª série do ensino fundamental.

1. Ensino de matemática. 2. Formação de conceitos. 3. Avaliação da aprendizagem. 4. Jogos matemáticos. I. Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental II. Brasil. Secretaria de Educação Básica.

CDU 372.47
CDU 37.014.53

---

*Dados retirados da 1ª capa.

Pró Letramento

Matemática

Guia do Curso

Claudia Pereira do Carmo Murta
Diolina Moura Silva
Valter Luiz dos Santos Cordeiro

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Sumário

Apresentação

Estamos muito satisfeitos em tê-lo conosco nesta “aventura”. Isto porque acreditamos que ao participar deste curso você volta a ser estudante. E ser estudante é uma aventura. Ser estudante é um desafio novo que surge na sua vida pessoal, familiar e profissional. Ser estudante exige novas atitudes e uma rearrumação em sua vida. Foi pensando em você que escrevemos esse guia.

Nesse curso você terá a oportunidade de estabelecer novos contatos e fazer novas amizades. Desejamos que tenha disposição para acompanhar esse trabalho que começamos. São 120 horas de estudos utilizando a metodologia semi-presencial, isto significa que terão momentos presenciais com atividades em grupo e momentos a distância por meio de atividades individuais.

Muito embora, nem sempre haja a presença física do tutor, você não precisa sentir-se sozinho ou isolado. Durante os oitos fascículos contendo orientações básicas e fundamentais, você contará com sugestões de leituras, exercícios e um tutor, que sempre estará disposto a conversar e discutir os assuntos em pauta. Nos momentos presenciais, você terá o apoio de um grupo de colegas que irá discutir, levantar questões, tirar dúvidas, reforçar e estimular atitudes favoráveis ao entendimento de um determinado assunto.

Esperamos que o material didático apresentado e seus encontros com o tutor e colegas possam oferecer a você um bom aprendizado. Desejamos que este material traga, não apenas mais conhecimento, mas, sobretudo, a satisfação de participar de um projeto tão interessante que é o de continuar se aperfeiçoando, de modo a tornar o ensino da matemática mais eficiente e mais prazeroso.

É bom ressaltar, porém, que na rede de formação continuada da qual você passa a participar, seu papel é de extrema importância. Para exercer plenamente sua função você precisa preparar-se conhecendo a estrutura mais ampla do programa, as instâncias as quais você pode recorrer para uma formação específica, para articulações futuras, para buscar maiores informações e para conhecer profundamente os materiais produzidos.

Este ***GUIA*** pretende dar a você algumas informações iniciais sobre o desenvolvimento do Curso.

Esperamos que muitas de suas dúvidas sejam sanadas

Pró-Letramento

O que é?

O Pró-Letramento é um programa de formação continuada de professores para melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.

O Programa é realizado pelo MEC com a parceria de Universidades que integram a Rede Nacional de Formação Continuada e com adesão dos estados e municípios. Podem participar todos os professores que estão em exercício nas séries iniciais do ensino fundamental das escolas públicas.

O que pretende?

Os objetivos do Pró-Letramento são:

- Oferecer suporte à ação pedagógica dos professores das séries iniciais do ensino fundamental, contribuindo para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática;
- Propor situações que incentivem a reflexão e a construção do conhecimento como processo contínuo de formação docente;
- Desenvolver conhecimentos que possibilitem a compreensão da matemática e da linguagem e seus processos de ensino e aprendizagem;
- Contribuir para que se desenvolva nas escolas uma cultura de formação continuada;
- Desencadear ações de formação continuada em rede, envolvendo Universidades, Secretarias de Educação e Escolas Públicas dos Sistemas de Ensino.

Por que Formação Continuada?

A formação continuada é uma exigência nas atividades profissionais do mundo atual, não podendo ser reduzida a uma ação compensatória de fragilidades da formação inicial. O conhecimento adquirido na formação inicial se reelabora e se especifica na atividade profissional para atender a mobilidade, a complexidade e a diversidade das situações que solicitam intervenções adequadas. Assim, a formação continuada deve desenvolver uma atitude investigativa e reflexiva, tendo em vista que a atividade profissional é um campo de produção do conhecimento, envolvendo aprendizagens que vão além da simples aplicação do que foi estudado.

Sendo assim, o Pró-Letramento em matemática foi concebido como formação continuada de caráter reflexivo, que considera o professor sujeito da ação, valoriza suas experiências pessoais, suas incursões teóricas, seus saberes da prática, além de no processo, possibilitar-lhe que atribua novos significados à sua prática e ainda compreenda e enfrente as dificuldades com as quais se depara no dia-a-dia.

Não se pode perder de vista a articulação entre formação e profissionalização, uma vez que uma política de formação implica ações efetivas, no sentido de melhorar a qualidade do ensino, as condições de trabalho e ainda contribuir para a evolução funcional dos professores.

O Pró-Letramento em Matemática

Os materiais do Pró-Letramento em matemática foram produzidos por professores dos cinco Centros de Formação Continuada em Educação Matemática e Científica da REDE NACIONAL DE FORMAÇÃO CONTINUADA, das Universidades UFES, UFRJ, UNISINOS, UNESP e UFPA.

O Pró-Letramento em matemática prevê a utilização do princípio da problematização dos conteúdos e das práticas cotidianas dos professores para o ensino da matemática. Busca significar práticas e conteúdos sem perder a cientificidade necessária à vida do cidadão, trazendo à tona novas leituras com novos enfoques para o ensino da matemática.

Utilizará de pequenos grupos de estudos, com atividades presenciais e a distância com atividades individuais, tendo como discussão principal o saber pedagógico dos professores cursistas e, sempre que se fizer necessário, utilizar de literatura específica para avançar nos conhecimentos da disciplina e da metodologia. Cada cursista receberá um kit de material contendo um Guia do curso e oito fascículos que serão guias norteadores do processo do estudo.

É importante que os grupos de estudos, constituídos para a implementação do curso, sintam-se desejosos e envolvidos na problemática do ensino da matemática. Sendo um curso que exige estudos individuais e em grupo, é essencial que o professor cursista expresse oralmente e por escrito as inquietações e os sucessos de sua prática pedagógica.

Pretende-se, ao optar por uma metodologia que utilize momentos presenciais e a distância, constituir uma comunidade de aprendizagem em rede, sob os princípios da cooperação, do respeito e da autonomia, que constituem os princípios de um grupo de estudos.

Durante as atividades individuais, você poderá contar com o apoio do tutor, utilizando meios de comunicação disponíveis em sua comunidade para que não se sinta sozinho e desanime com as dificuldades encontradas.

Material didático

O material deste curso são os fascículos.

Você pode não estar familiarizado com sua forma de apresentação. Por isso, passaremos a descrevê-la.

Cada um dos ***fascículos*** tem uma estrutura mais ou menos fixa composta de leituras e com "estilo próprio" de elaboração que depende, digamos, do "jeito de ser" de cada professor.

No ensino presencial também é assim. Nossas aulas não são iguais às do nosso colega, não é? No caso da educação, esse "jeito de ser", isto é, de elaborar o material... serve para nos instigar a curiosidade de ler os fascículos, de conhecer o professor, nosso interlocutor.

Desse modo, no primeiro fascículo, nosso trabalho estará voltado para o tema "***Números Naturais***". Você terá quinze dias para explorar uma série de atividades que poderão ajudar na reflexão das ações a serem usadas para melhor compreender a representação numérica de nosso Sistema Decimal de Numeração. Você poderá ler o assunto, questionar, aplicar cada uma das sugestões apresentadas. Durante nosso encontro presencial poderemos discutir juntos a temática dos números em nossas vidas, as diferentes formas de representação numérica e os diferentes modos de conceituar números naturais. A ênfase do segundo fascículo vai recair sobre as "***Operações com Números Naturais***" e pretende ajudar a conhecer e valorizar atividades voltadas para a compreensão de significados. Aquela dúvida sobre "que conta eu faço?" ou se a conta para resolver aquele problema "é de mais ou de menos?" pode ser conseqüência de um treinamento de procedimentos mecânicos. Uma série de atividades é proposta e cada atividade servirá para avaliar o potencial didático e o melhor modo de adaptação à sua realidade.

No terceiro fascículo buscaremos a construção de noções de "***Espaço e Forma***". A localização e movimentação no espaço com diferentes pontos de referência, a observação e reconhecimento de formas geométricas presentes na natureza e nos objetos criados pelo homem e a exploração e criação de situações que envolvam formas geométricas serão alvos de nossas discussões. Além disso, neste fascículo você terá oportunidade de refletir a respeito do que já tem realizado em sala de aula qualificando ainda mais sua ação como docente.

O quarto fascículo inicia-se de modo diferente daquele visto até aqui. Os autores explicam essa diferença pelo próprio tema do fascículo – ***Frações***. O tema ***Frações,*** segundo os autores, costuma apresentar dificuldades maiores e por isso o fascículo foi escrito com mais conceitos e mais técnicas matemáticas importantes no seu dia a dia. Os exercícios e as atividades sugeridas darão oportunidade de reflexão e aprofundamento.

Já no fascículo seguinte abordamos temas do bloco de conteúdo "***Grandezas e Medidas***". Pretendemos estimular reflexões e discussões sobre a conexão entre a Matemática e o cotidiano, entre diferentes temas matemáticos e ainda entre a Matemática e temas de outras áreas do conhecimento. Nosso objetivo, dessa forma, é propiciar a você - aluno-professor -, condições de conhecer aspectos históricos da construção do conhecimento sobre grandezas e medidas, suas implicações didático-pedagógicas; de compreender o conceito de medidas, os processos de medição e a necessidade de adoção de unidades-padrão de medidas; de estabelecer conexões entre grandezas e medidas com outros temas matemáticos como, por exemplo, os números racionais positivos e suas representações; de analisar atividades verificando a importância e o acentuado caráter prático do tema "***Grandezas e Medidas***", bem como conhecer as conexões desse tema com outras áreas de conhecimento, na perspectiva da transversalidade.

Atualmente estamos em contato com muitas informações que precisam ser interpretadas e compreendidas. Dessa forma, o fascículo 6 "***Tratamento da Informação***" apresenta-se com o objetivo de oferecer condições para você professor cursista de construir atitudes críticas diante de situações da vida cotidiana juntamente com seus alunos e também abordar idéias fundamentais da Estatística destacando a análise de dados de tabelas e gráficos.

Já no finalzinho de nossa aventura, o fascículo sete apresentará "***Resolver Problemas: o lado lúdico do ensino da Matemática***". Este fascículo é composto de dois módulos acerca dessa abordagem: no primeiro discute "Pensando o processo de resolução de problemas" e no segundo "Brincando e aprendendo a resolver problemas por meio de jogos".

No fascículo oito você encontrará um guia onde deverá ser considerada sua prática pedagógica e os recursos que ajudarão a qualificá-la. Este fascículo abordará a "***Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos anos iniciais***". Como avaliamos nosso aluno em seu processo de aprendizagem na escola? Em que momento(s)? Sustentada nessas angústias e reflexões, percebemos uma necessidade de mudança de olhar em relação à avaliação. Várias atividades são propostas com o objetivo de refletir e discutir a prática de avaliação. Diversos casos são citados.

Desejamos que esta viagem pelo mundo da Matemática que está por vir seja rica de aprendizagens e de troca de experiências! Aproveite o máximo que puder e pense que o processo ensino-aprendizagem da Matemática nas séries iniciais pode ser melhor com a sua contribuição!

A dinâmica dos fascículos será desenvolvida em três etapas:

1ª Etapa: Pensando juntos

Esta parte do material impresso "fecha" o trabalho do fascículo anterior retomando todas as atividades individuais realizadas anteriormente. Você deve aproveitar este momento presencial para tirar dúvidas, comparar as tarefas realizadas com as dos colegas e refletir em grupo.

2ª Etapa: Trabalhando em grupo

Esta é a seção que abre o estudo de um novo fascículo e deverá ser realizada durante o encontro presencial. Nesse momento, o grupo entra em contato com o conteúdo do fascículo e aguça o interesse pelo estudo que irá ser desenvolvido na quinzena seguinte. Poderão propor reflexões iniciais a respeito das atividades selecionadas para o trabalho individual. No desenvolvimento o tema vai ser expandido a partir de referencias bibliográficas dispostas para auxiliar na reflexão e análise.

3ª Etapa : Roteiro de trabalho individual

O roteiro de trabalho individual é destinado a um maior aprofundamento dos conteúdos propostos e a questionamentos da própria prática educacional. Esse aproveitamento maior é conseguido por meio de leituras e sugestões de atividades para o cotidiano na sala de aula. As leituras suplementares e os sites indicados servirão como auxílio na discussão e elaboração dos textos a serem produzidos como avaliação de cada fascículo e na resolução de problemas propostos.

4ª Etapa: Nossas conclusões

Esta etapa constitui o "fecho" do encontro, tem momento de síntese, reflexão e produção individuais e coletivas das atividades realizadas no decorrer do fascículo. Normalmente, esta etapa ocorre antes de iniciar um novo fascículo, pois há uma necessidade de se perceber o grau de aproveitamento do grupo.

Essas conclusões são compostas por apresentação dos principais temas e objetivos do estudo presencial e a distância realizado pelo cursista.

Dessa maneira, a dinâmica dos fascículos tem em vista a reflexão em grupo; no "Pensando Juntos", análises e orientações presenciais, no "Trabalho em Grupo", e aprofundamento das atividades propostas, em "Roteiro de Trabalho Individual". As sínteses e relatórios estarão presentes em "Nossas Conclusões" para que você exponha o aproveitamento das atividades executadas.

Esperamos que tenha o maior aproveitamento possível do conteúdo apresentado.

Registrando seus Estudos

Como já foi dito nesta apresentação, o encontro presencial terá o objetivo de aprofundar as reflexões em torno das atividades propostas. Dessa maneira, o primeiro momento de cada encontro será determinado pela retomada de alguns pontos que provocaram dúvidas, incluindo uma síntese das principais idéias que foram exploradas no fascículo, sejam elas conceituais ou metodológicas. Entretanto, como faremos esta discussão? Será que você se lembrará de cada dúvida e questionamento encontrados ao longo dos últimos quinze dias de estudo?

Propomos que organize um caderno ou uma pasta com fichas para que possa construir seu percurso de estudos. Esse material possibilitará que você mesmo acompanhe as dificuldades e avanços na aprendizagem que possui. Escreva o que é visto e ouvido por você, seja em seu grupo ou por seus alunos quando estiver realizando alguma atividade proposta pelo Pró-Letramento, organize seus estudos individuais e outras situações de aprendizagem. Assim construirá seu próprio instrumento de avaliação. Releia sempre seus registros, reflita e realize sua auto-avaliação.

É esse registro que servirá de base para o nosso encontro presencial.

Nessas anotações você poderá registrar também suas próprias reflexões. Sem dúvida, em seus estudos, uma série de questionamentos será suscitada e seu registro é de extrema importância, pois evidenciará o percurso de trabalho feito por você mesmo. Isso é tão importante quanto o registro das atividades propostas em cada fascículo.

A composição da sua valoração final em cada fascículo deverá considerar estes momentos de sua trajetória no curso. Ao final de cada tema você terá em mãos todo o registro das atividades propostas e este será um dos nossos instrumentos de avaliação. A avaliação do assunto, do curso e sua auto-avaliação estarão, portanto, completamente vinculadas ao processo de estudo.

Tutoria

Uma peça muito importante no nosso curso é o “***TUTOR***”. E você pode estar se perguntando “por que” e “para que” o tutor?

A principal função do tutor é possibilitar a mediação entre o estudante e o material didático do curso, ou, ainda, a de facilitador de aprendizagem ou animador. Ela é compreendida como um dos elementos do processo educativo que possibilita a (res)significação da educação a distância, principalmente para possibilitar, em razão de suas características, o rompimento da noção de tempo/espaço da escola tradicional: tempo como objeto, exterior ao homem, não experiencial.

Os tutores, na Educação a Distância, não são mestres, não são aqueles grandes oradores que, supostamente, têm posse do saber; muito longe disso, eles estão orientando aqueles aprendizes e, na maioria das vezes, aprendem junto.

O tutor pode ser pensado como mais-um entre os aprendizes

Isso demonstra que a força do trabalho do tutor está no pequeno grupo, pois o tutor vai compor o grupo. Cada participante tem que ter dado o máximo possível de si para que o grupo todo possa compartilhar daquele saber.

O tutor aprende no grupo juntamente com os cursistas. Ele não tem que saber tudo de antemão, ele não tem que ser ‘o bom’; ele tem que ter humildade suficiente para ser mais-um entre os outros. A produção do trabalho de tutoria é a produção de cada um, onde cada um tem de se dedicar ao trabalho. Se não estamos entendendo, vamos tentar entender, vamos abrir o livro, vamos procurar em outros lugares, vamos achar outras alternativas.

O que conta mesmo é o trabalho empenhado no processo de construção do saber. Não conta o que eu sei, de onde eu vim, para onde eu vou; o que conta é a minha possibilidade de trabalhar. Os conflitos de nossas práticas cotidianas com relação ao papel do tutor estão na difusão da idéia segundo a qual o tutor tem que saber mais do que o grupo, exercendo um papel de ensinamento no processo. O tutor não ensina. O grande trabalho do tutor é o de orientar o aluno em seu processo de aprendizagem e dinamizar o grupo.

Poderíamos, agora, definir para você que o TUTOR é o sujeito cuja função é sugerir formas de organização do tempo de estudo para as ações presenciais e para os estudos individuais dos cursistas; indicar estratégias para resolução de dúvidas diante do conteúdo e para resolução dos exercícios propostos; elaborar estratégias de avaliação do processo de aprendizagem do grupo e aplicação de instrumentos formais de avaliação, tais como provas.

Sua principal função, porém, é ser um mediador das discussões apresentadas no material didático encorajando os alunos a levantarem suas dúvidas, seus progressos, suas necessidades especiais de acompanhamento.

Grande parte das estratégias de ação do tutor lhes será também apresentada no próprio material impresso, visando auxiliá-lo nessa tarefa instigante de acompanhar o conteúdo em tarefas individuais e nos encontros presenciais com os outros professores.

O material é, portanto, o principal suporte deste curso.

Nesse sentido, a atuação do tutor não supõe dar aulas nem realizar conferências, mas trabalhar com informações sobre o conteúdo contidas nos fascículos, em outras fontes indicadas na bibliografia ou pesquisadas por você. O que o material não prevê e que faz parte da atuação do tutor é o levantamento do perfil do seu grupo: idade, formação, tempo de experiência na sala de aula, tempo de atuação, carga horária de trabalho, tempo livre. Estas informações vão ajudá-lo a definir os desafios e potencialidades existentes no grupo que vai acompanhar.

O tutor irá trabalhar com a especificidade de uma rede e deverá articular a sua atuação dentro desse contexto. Isto implica que deve conhecer como sua rede se articula com outros parceiros, que deve identificar quais as instâncias e interlocutores para os quais vai dirigir seus questionamentos e dúvidas e, conforme já foi salientado, estão previstas também ações especiais para sua formação.

Mãos à obra...

Agora é aprofundar as leituras.

Deixamos para você um artigo da Revista Veja, edição 1910, ano 38, nº 25, 22/06/2005, página 24. Leia e reflita sobre o tema.

"Uma definição de felicidade"

Todas as profissões têm sua visão do que é felicidade. Já li um economista defini-la como ganhar 20.000 dólares por ano, nem mais nem menos. Para os monges budistas, felicidade é a busca do desapego. Autores de livros de auto-ajuda definem felicidade como "estar bem consigo mesmo", "fazer o que se gosta" ou "ter coragem de sonhar alto". O conceito de felicidade que uso em meu dia-a-dia é difícil de explicar num artigo curto. Eu o aprendi nos livros de Edward De Bono, Mihaly Csikszentmihalyi e de outros nessa linha. A idéia é mais ou menos esta: todos nós temos desejos, ambições e desafios que podem ser definidos como o mundo que você quer abraçar. Ser rico, ser famoso, acabar com a miséria do mundo, casar-se com um príncipe encantado, jogar futebol, e assim por diante. Até aí, tudo bem. Imagine seus desejos como um balão inflável e que você está dentro dele. Você sempre poderá ser mais ou menos ambicioso inflando ou desinflando esse balão enorme que será seu mundo possível. É o mundo que você ainda não sabe dominar. Agora imagine um outro balão inflável dentro do seu mundo possível, e portanto bem menor, que representa a sua base. É o mundo que você já domina, que maneja de olhos fechados, graças aos seus conhecimentos, seu QI emocional e sua experiência. Felicidade nessa analogia seria a distância entre esses dois balões – o balão que você pretende dominar e o que você domina. Se a distância entre os dois for excessiva, você ficará frustrado, ansioso, mal-humorado e estressado. Se a distância for mínima, você ficará tranqüilo, calmo, mas logo entediado e sem espaço para crescer. Ser feliz é achar a distância certa entre o que se tem e o que se quer ter.

O primeiro passo é definir corretamente o tamanho de seu sonho, o tamanho de sua ambição. Essa história de que tudo é possível se você somente almejar alto é pura balela. Todos nós temos limitações e devemos sonhar de acordo com elas. Querer ser presidente da República é um sonho que você pode almejar quando virar governador ou senador, mas não no início de carreira. O segundo passo é saber exatamente seu nível de competências, sem arrogância nem enganos, tão comuns entre os intelectuais. O terceiro é encontrar o ponto de equilíbrio entre esses dois mundos. Saber administrar a distância entre seus desejos e suas competências é o grande segredo da vida. Escolha uma distância nem exagerada demais nem tacanha demais. Se sua ambição não for acompanhada da devida competência, você se frustrará. Esse é o erro de todos os jovens idealistas que querem mudar o mundo com o que aprenderam no primeiro ano de faculdade. Curiosamente, à medida que a distância entre seus sonhos e suas competências diminui pelo seu próprio sucesso, surge frustração, e não felicidade.

Quantos gerentes depois de promovidos sofrem da famosa “fossa do bem-sucedido”, tão conhecida por administradores de recursos humanos? Quantos executivos bem-sucedidos são infelizes justamente porque “chegaram lá”? Pessoas pouco ambiciosas que procuram um emprego garantido logo ficam entediadas, estacionadas, frustradas e não terão a prometida felicidade. Essa definição explica por que a felicidade é tão efêmera. Ela é um processo, e não um lugar onde finalmente se faz nada. Fazer nada no paraíso não traz felicidade, apesar de ser o sonho de tantos brasileiros. Felicidade é uma desconfortável tensão entre suas ambições e competências. Se você estiver estressado, tente primeiro esvaziar seu balão de ambições para algo mais realista. Delegue, abra mão de algumas atribuições, diga não. Ou então encha mais seu balão de competências estudando, observando e aprendendo com os outros, todos os dias. Os velhos acham que é um fracasso abrir mão do espaço conquistado. Por isso, recusam ceder poder ou atribuições e acabam infelizes. Reduzir suas ambições à medida que você envelhece não é nenhuma derrota pessoal. Felicidade não é um estado alcançável, um nirvana, mas uma dinâmica contínua. É chegar lá, e não estar lá como muitos erroneamente pensam. Seja ambicioso dentro dos limites, estude e observe sempre, amplie seus sonhos quando puder, reduza suas ambições quando as circunstâncias exigirem. Mantenha sempre uma meta a alcançar em todas as etapas da vida e você será muito feliz.

Stephen Kanitz é administrador por Harvard (www.kanitz.com.br)

Referências Bibliográficas

BELLONI, M. L. *Educação a distância*. Campinas: Autores Associados,1999.

BELLONI, M. L. *Ensaio sobre Educação a distância no Brasil*. Educação & Sociedade, v.78, 2002.

CARMO, H. *Ensino superior a distância*. Lisboa: Universidade Aberta, 1998.

TRINDADE, A.R. *Introdução à comunicação educacional*. Lisboa: Universidade Aberta, 1990.

VILLAS BOAS, Benigna Maria de Freitas. *Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico.* 3ªed.Campinas, São Paulo:Papirus, 2004.

Pró Letramento

Matemática

Fascículos

Pró Letramento

Matemática

Números Naturais

fascículo 1

Elizabeth Belfort
Mônica Mandarino
Ilustrador - Leonardo Cordeiro da Rocha

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Sumário

Apresentação do Fascículo 1

Cara professora ou caro professor, antes de você iniciar o seu trabalho neste fascículo, gostaríamos de apontar alguns dos pressupostos deste material. Em primeiro lugar, acreditamos que a Matemática é parte essencial da bagagem de todo cidadão com atuação crítica na sociedade. Num mundo cada vez mais complexo é preciso estimular e desenvolver habilidades que permitam resolver problemas, lidar com informações numéricas para tomar decisões, fazer inferências, opinar sobre temas diversos, desenvolvendo capacidades de comunicação e de trabalho coletivo, sempre de forma crítica e independente.

Em qualquer atividade, o cidadão vai encontrar situações nas quais necessitará compreender, utilizar e reconstruir conceitos e procedimentos matemáticos. Assim, a Matemática escolar tem um papel formativo, ajudando a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. Além disso é uma ferramenta útil e com uma linguagem de expressão própria, necessária a diversas áreas do conhecimento. Em especial, a temática deste fascículo – Números Naturais – tem, nos anos iniciais de escolarização, um papel central neste processo.

Você vai notar que este material foi estruturado como uma conversa entre colegas de profissão que têm muito a trocar. Este fascículo não tem a pretensão de esgotar o tema, mas busca motivá-lo a repensar seus conhecimentos e sua prática de ensino para estes conteúdos. Ele foi elaborado com a esperança de contagiar você com nosso desejo de um ensino de Matemática mais eficiente, mais prazeroso para os alunos e que a nós, professoras e professores, forneça opções seguras e testadas para trilhar uma renovação sem muitos sobressaltos e incertezas. Esperamos, sobretudo, incentivá-lo a buscar novas oportunidades para continuar estudando e crescendo profissionalmente.

Acreditamos também que as experiências iniciais de uma criança costumam ser determinantes para sua atitude e interesse pela Matemática por toda sua vida. Assim, ao iniciar seu aluno no estudo dos números, você tem em mãos uma grande responsabilidade, e esperamos que este curso possa ajudá-lo a refletir sobre sua prática, buscando sempre seu aprimoramento profissional. As idéias exploradas no Fascículo 1 são oriundas do curso Números Naturais – Conteúdo e Forma, desenvolvido pelo LIMC, um dos Centros da Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da Educação Básica na área de Ciências e Matemática. Como dispomos de menos tempo para o tema neste programa, foi necessário fazer escolhas. Assim, procuramos selecionar alguns dos conceitos e idéias fundamentais que poderão ajudar seus alunos a construir uma base sólida para continuar seus estudos. No entanto, por sua importância, o ensino de Números Naturais vai sempre exigir de você muita reflexão e uma busca constante por melhores estratégias de ensino.

A fim de que este material possa servir como fonte para você repensar suas aulas de Matemática, será necessário estabelecer um contato especial com as atividades sugeridas, explorando-as de diversos pontos de vista: como *aprendiz*, para perceber seu potencial de gerar interesse e compreensão; como *professora* ou *professor*, para perceber suas possibilidades didáticas e, finalmente, como *educadora* ou *educador*, para repensá-las, adaptando-as à sua realidade. Esperamos ainda estimular uma mudança de olhar sobre a produção de seus alunos e ajudar na reflexão sobre uma nova forma de avaliação, pois esta não deve se limitar à mera conferência de resultados. Para tal, apresentamos atividades desenvolvidas por alunos dos anos iniciais, a fim de que você possa comentar seus erros e acertos.

Para finalizar, lembramos ainda que a experimentação, seguida da reflexão e do debate, será o principal investimento feito durante o estudo deste fascículo em seu próprio aperfeiçoamento. Nossa meta principal é estimular uma reavaliação de sua compreensão de conceitos, gerando reflexão, autoconfiança e liberdade criativa. Mas tudo isso depende muito de você, professora ou professor.

Bom trabalho!

As autoras, Beth e Mônica

Fascículo 1 - Números Naturais

Roteiro de trabalho para o primeiro encontro

Nosso primeiro encontro

Observem atentamente a ilustração, que sugere uma forma de trabalho na sala de aula.
Cada participante deve se apresentar aos colegas e contar ao grupo algo sobre sua atuação profissional que a observação da imagem tenha lhe feito pensar.

Discutam outras formas de trabalho possíveis na sala de aula, façam um registro destas idéias, escolham uma delas e sugiram uma ilustração que a reflita.
Vamos agora saber um pouco mais sobre nosso trabalho, lendo o Guia do Curso e discutindo sua proposta.

Pensando Juntos

Os números em nossas vidas

Os números naturais estão presentes em nosso cotidiano e são utilizados com os mais diversos propósitos. Utilizamos os números para realizar contagens, ou seja, para responder a perguntas do tipo "quantos?" ("35 alunos", "meu álbum já tem 148 figurinhas", "tenho 7 reais a mais que você", etc.). O conceito de número ajuda ainda a identificar um objeto de uma coleção ordenada, respondendo a perguntas do tipo "qual?" ("o quinto andar", "o décimo quarto na fila de espera", etc.).

Mas há outras aplicações em que a estrutura dos números naturais não é aproveitada; nelas, eles são usados apenas como um sistema eficiente de códigos. Nestes casos, apesar de chamarmos estes registros de números (número do telefone, número do ônibus, etc.) não faz sentido compará-los (dizer "meu número de telefone é maior do que o seu!" não tem nenhum significado prático).

A construção dos números naturais pela criança é a base para a ampliação do campo numérico que a vida em sociedade exige, como os números inteiros e racionais. As experiências iniciais são muito importantes neste longo processo, e cabe à escola ajudar na construção do pensamento matemático da criança. Sua sala de aula deve ser um lugar especial, que dá boas-vindas à Matemática, enriquecendo e sistematizando as experiências vividas dentro e fora desse espaço.

Tarefa 1

Exemplifique alguns outros usos de números no cotidiano.

Trabalhando em grupo

1. Texto para leitura - Os números e sua representação

Ninguém sabe exatamente quando foram inventados os primeiros registros numéricos; sabe-se, porém, que povos pré-históricos, antes mesmo de possuírem uma linguagem escrita, grafavam o resultado de suas contagens, ou então grafavam o próprio ato de contar.

Não sabemos ao certo, mas podemos imaginar estórias sobre o uso primitivo de contagens – anteriores até mesmo aos primeiros símbolos grafados. Imagine um pastor de ovelhas, preocupado em não perder nenhum animal de seu rebanho. Assim, ao soltá-las no pasto pela manhã, ele colocava uma pedrinha em um saco para cada ovelha que saía do cercado. Ao anoitecer, ao recolher os animais, era só retirar uma pedra para cada ovelha reconduzida ao cercado. Se não sobrasse nenhuma pedra, todas as ovelhas estariam a salvo. Caso contrário, era hora de sair à procura de ovelhas desgarradas. Cada pedra restante no saco correspondia a uma ovelha que não havia retornado.

Se tais pastores realmente existiram ou são apenas lendas, uma idéia muito importante em Matemática foi contada: associar uma pedra a cada ovelha, permitia ao pastor "conferir" seu rebanho e tomar providências, quando necessárias, para recuperar animais perdidos.
Como a idéia de passar o dia carregando um saco de pedras não é das mais agradáveis, seria interessante trocar essas pedras por algo mais leve. Talvez por isso tenha surgido outra boa idéia – pensar que três ovelhas poderiam ser representadas por um registro gráfico, como **I I I**. Além disso, este mesmo registro serviria para três pássaros, três pedras ou qualquer outro conjunto de três objetos.

Usar um mesmo registro para uma mesma quantidade de coisas diferentes (uma construção abstrata!) foi um grande avanço. O homem ainda se deparou, no entanto, com a necessidade de registrar quantidades cada vez maiores – um novo desafio, pois seus registros eram limitados (pedras, entalhes, partes do corpo humano, desenhos, etc.). O difícil problema a ser resolvido pelo ser humano foi, então, como designar números cada vez maiores, usando poucos símbolos? Esta tarefa foi cumprida com registros concretos e depois registros orais (fala) e por escrito. Muitas civilizações, ao longo da história, criaram seus próprios registros, até que se chegou à forma de grafar os números que utilizamos até hoje, um sistema posicional, denominado Sistema Decimal de Numeração, que vamos rever neste fascículo.

Esta conversa inicial sobre os números já nos faz imaginar que os homens passaram por várias etapas e dificuldades no desenvolvimento da Matemática. Sabe-se também que nem sempre as dificuldades e os impasses foram contornados ou solucionados com eficiência e rapidez. Um processo similar acontece com cada aluno, que vai reconstruir este conhecimento passando por erros e acertos.

Tarefa 2

O texto tratou de representações dos números. Além disso, vocês leram que nosso sistema é decimal e posicional. Agora, expliquem com suas próprias palavras o que esta afirmação significa.

2. O olhar dos alunos

Você já observou crianças pequenas contando? Quando contam uma coleção de objetos, "recitam" números, muitas vezes "saltando" alguns e repetindo outros. Se os objetos estão espalhados, elas costumam contar alguns objetos mais de uma vez e deixar de contar outros. Além disso, não é claro para algumas quando devem parar a contagem. Crianças neste estágio ainda não desenvolveram o conceito de número, mas ele está presente em suas vidas – e isso incentiva suas primeiras tentativas de contagem. As crianças levam para a escola essa "vontade" de contar, que deve ser incentivada e explorada. A seguir, vamos relatar alguns casos que exemplificam diferentes etapas da construção do conceito de números pelas crianças.

Episódio 1

A professora deu um montinho de 6 fichas para Alice e um de 7 fichas para Daniel. A professora pergunta quem ganhou mais fichas. Alice e Daniel organizam suas fichas lado a lado, como você pode ver na ilustração, e respondem:
· Alice: "*O Dani*."
· Daniel: "*Eu! ... Tenho 7 e Alice só tem 6*."
Quando questionados sobre *quantas fichas Daniel tem a mais do que Alice*, eles respondem:
· Alice: "*Sete*" (apontando para a ficha não emparelhada)
· Daniel: "*Uma*" (apontando para a mesma ficha)

Tarefa 3

Vamos analisar o trabalho de Alice. O que ela acerta? Por que ela erra?

Episódio 2

Juliana tenta escrever vinte e um, número ditado por sua professora.
Veja o resultado e os comentários feitos por ela:

2 ▸ o dois é usado no vinte porque depois de um vem dois. O 17, 16 e 19 são com um, então o vinte é com dois"

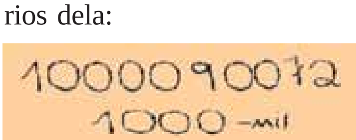
Observe que Juliana escreve errado o número 21, mas justifica, por comparação com outros números, o uso do algarismo dois para escrever o vinte.

Tarefa 4

Vamos analisar o trabalho de Juliana. O que ela acerta? Por que ela erra?

Episódio 3

Mariana tentou escrever o ano de nascimento de sua mãe: 1972. Veja o resultado, e os comentários dela:



▸ **"O zero – ele que dá o mil. O um – se ele não for companheiro do zero, não fica mil – fica um"**

Tarefa 5

Vamos analisar o trabalho de Mariana. O que ela acerta? Por que ela erra?

3. Ajudando seu aluno a conceituar números naturais

a) Atividades de contagem

Da mesma forma que uma criança aprende a falar enquanto fala (corretamente ou não), ela deve aprender a contar enquanto conta. Aproveite as muitas oportunidades que aparecerem em sala de aula para contar. Sempre que for significativo para os alunos, conte (e peça para que as crianças contem) alunos, lápis, brinquedos, etc. Extrapole os limites de contagem das crianças (por exemplo, se elas só contam até 10, introduza contagens com 15 ou 20 elementos). Não espere até que seu aluno tenha o conceito pronto para fazer contagens (isso seria como pedir que uma criança só falasse quando já soubesse falar corretamente).

b) Atividades estabelecendo relações entre coleções diferentes

Estas atividades (correspondência um a um entre os elementos de duas coleções) conduzem à comparação de quantidades e preparam para o conceito de igualdade e desigualdade entre números.

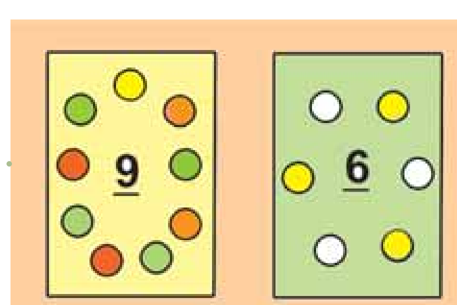
Por exemplo: Distribua para cada aluno 6 canetas e 6 tampas de caneta. Pergunte: “Há mais canetas do que tampas?”

Observe as estratégias utilizadas pelos alunos para comparar, pois algumas disposições espaciais podem causar dificuldades nos primeiros estágios. Peça, então, que os alunos retirem e coloquem as tampas nas canetas. Em seguida, repita a pergunta.

Repita este tipo de atividade, variando os materiais e as quantidades envolvidas, sempre permitindo que seus alunos desenvolvam suas próprias estratégias de comparação. Você pode usar, por exemplo: pires e xícaras, os próprios alunos e suas carteiras, pedras pequenas e pedras grandes, etc. Aos poucos, os alunos devem concluir que a quantidade de objetos é independente da forma e do tamanho (por exemplo: podem existir menos pedras grandes que pedras pequenas, embora, quando amontoadas, as pedras grandes ocupem um volume maior do que as pequenas).

c) Atividades lúdicas

Explore o gosto das crianças por jogos e brincadeiras para criar situações de aprendizagem.
Por exemplo: Jogo MAIOR LEVA



Para este jogo são utilizados 40 cartões, como ilustrado ao lado, que apresentam a representação numérica e pictórica dos números de 1 até 10 (podemos também usar as cartas de um a dez de um baralho). Os cartões são divididos por duas crianças.

Cada criança abre um cartão de seu monte e os valores são comparados. Quem tiver o maior valor, fica com os dois cartões. Em caso de empate, novos cartões são abertos e o aluno que tiver o maior número nesta nova rodada ganha os quatro cartões. Ao final do jogo, ganha quem tiver mais cartões.

Crie variações deste jogo, usando novos cartões com números e representações pictóricas de cada valor para ampliar o limite numérico (até 20, por exemplo).

Tarefa 6

Releiam os episódios relatados na seção 2 - "A visão dos alunos". Façam sugestões de ações da professora ou do professor que poderiam ajudar Alice, Mariana e Juliana a compreender melhor a representação numérica.

Nossas conclusões

Para preparar coletivamente um relatório deste dia de trabalho, não esqueçam de discutir:

- Pontos que merecem destaque, relacionados com as atividades realizadas (desafios, dificuldades, boas idéias, sugestões, inovações, etc.);
- O produto coletivo das Tarefas Presenciais (TP);
- Uma breve avaliação do trabalho realizado.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entregue este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 1 - Números Naturais

Roteiro de trabalho individual

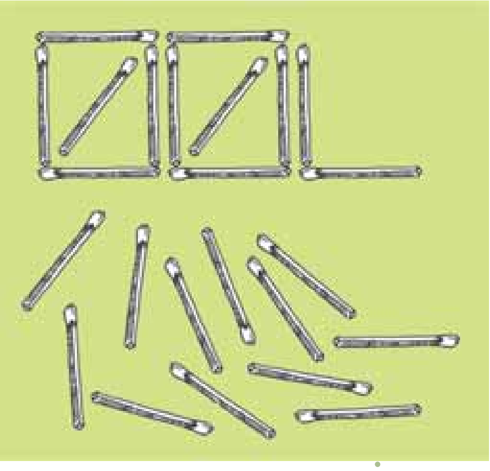
Nesta primeira quinzena, você vai continuar a explorar atividades que poderão ajudar seus alunos a compreender a representação numérica de nosso Sistema Decimal de Numeração. Você também vai refletir sobre os conceitos das operações de adição e de subtração, porque é importante valorizar atividades que exploram estes conceitos através de ações concretas, e porque estas atividades devem preceder a aprendizagem formal das operações e das estratégias de cálculo, que serão estudadas no Fascículo 2.

Enquanto você estiver estudando, pare para refletir sobre as sugestões de atividades que você pode utilizar em sua sala de aula. Vale a pena você adotar a postura de aluno e fazer, você mesmo, as atividades que ainda não conhece. Trabalhe atentamente com cada **<u>tarefa individual</u>** (que, daqui por diante, chamaremos apenas de **TI**) proposta, anotando suas soluções e impressões. No próximo encontro, você terá a oportunidade de discutir suas estratégias de resolução, reflexões e questionamentos no grupo de trabalho.

Parte 1: O sistema de numeração decimal

Seção 1: O sistema de numeração decimal e a importância do zero

O trabalho das crianças que você analisou no primeiro encontro mostra que elas estão ainda no processo de compreender como representamos os números – esse é um processo de muitas etapas e que exige pensar em muitas estratégias. A primeira grande estratégia para contar e representar é o **agrupamento**. Formar grupos organiza o que deve ser contado, tornando mais fácil não esquecer objetos e evitando que um mesmo objeto seja contado mais de uma vez. A figura ao lado ilustra a importância desta estratégia. Em qual das duas configurações você acha que é mais fácil contar o total de palitos de fósforo?

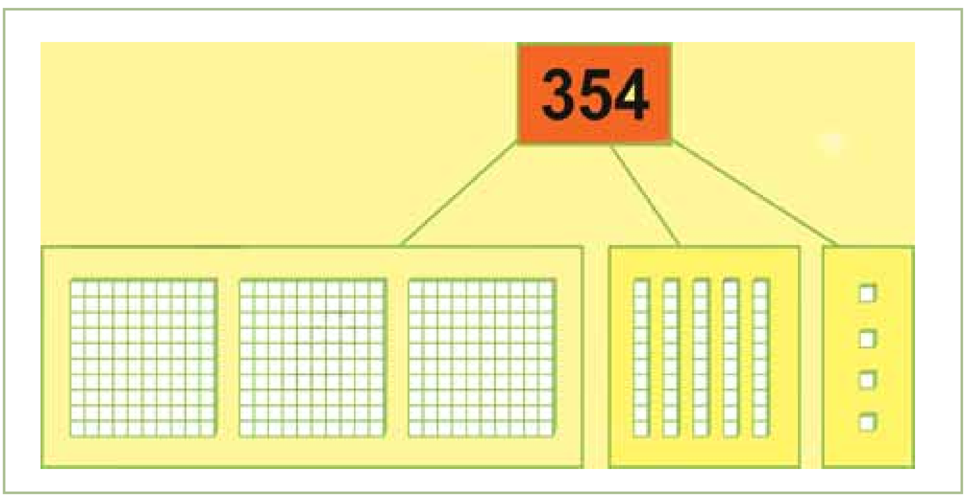


Nosso sistema de numeração está baseado em uma estratégia de agrupamento: juntamos dez unidades para formar uma dezena, dez dezenas para formar uma centena, dez centenas para formar um milhar, e assim por diante. Esse sistema é chamado **decimal** exatamente pela *escolha* de agrupar de dez em dez.

O fato de que o mesmo símbolo pode representar quantidades diferentes é uma grande vantagem de um sistema posicional. Utilizando apenas dez símbolos (os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0) somos capazes de representar qualquer número natural. O valor representado por um algarismo vai depender de sua posição na representação, por isso, o sistema é chamado **posicional**. Esta não é uma idéia simples, tanto que demorou muito tempo para ser desenvolvida pela humanidade, e precisa ser bem trabalhada com os alunos.

Para desenvolver um sistema posicional, o algarismo para representar o zero (0) é de importância fundamental. Essa idéia é a "chave" do sistema posicional: afinal, para que serve representar o "nada"? A seguir, vamos discutir a força desta idéia.

Examinando o sistema de numeração decimal, vemos que o significado de um símbolo depende da posição que ele ocupa. Observe o número trezentos e cinqüenta e quatro: 354.



O símbolo colocado mais à direita da representação significa quatro unidades ou quatro.

O algarismo 5, colocado imediatamente à sua esquerda, significa:

· cinco dezenas, ou

· cinco grupos de dez unidades cada ou ainda

· cinqüenta unidades

O próximo algarismo à esquerda do cinco é o 3, que significa:

· três centenas ou

· 3 grupos de uma centena cada, ou

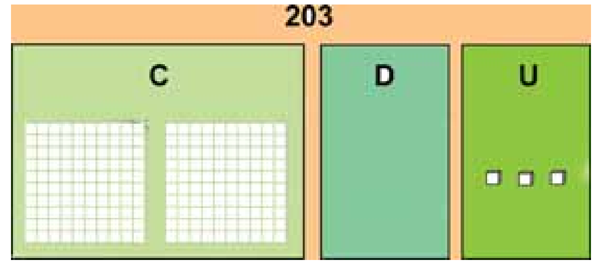
· 30 grupos de uma dezena cada, ou ainda

· trezentas unidades

O quatro, o cinqüenta e o trezentos somam trezentos e cinqüenta e quatro, e isto é o que o 354 representa. Para escrever números como este, apenas nove símbolos seriam suficientes.

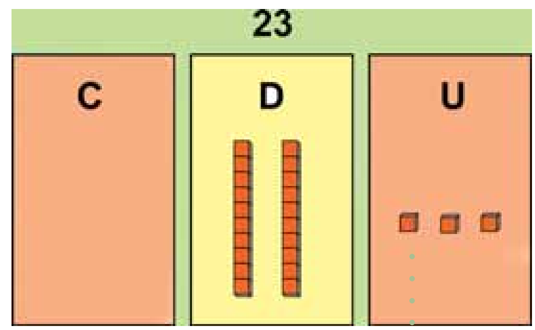
No entanto, se eu quiser escrever o número duzentos e três, não poderia escrever 23, pois estaria usando a mesma representação para duas quantidades diferentes. Esta é a representação que usamos para o número vinte e três (isto é: dois grupos de uma dezena e mais três unidades).

O número que queremos escrever tem 2 centenas, ou 20 dezenas (não sobram outras dezenas além daquelas que foram agrupadas em centenas) e tem ainda 3 unidades. Precisamos, então, usar um símbolo para representar o "**nada**", a *ausência de dezenas não agrupadas em centenas*.



Quando escrevemos 203 acabamos com qualquer ambigüidade que pudesse existir entre a representação para duzentos e três e a representação de vinte e três. A figura ilustra como um material concreto (no caso, o material dourado) pode ajudar os alunos a compreender estas idéias.

Assim, além dos nove símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, foi preciso acrescentar um símbolo para "nada", para o zero (0). E, com apenas estes dez símbolos, qualquer número natural, por maior que seja, pode ser escrito em nosso sistema decimal e posicional.



É exigir muito das crianças que, só através da observação da representação simbólica dos números, consigam entender e analisar a necessidade de um sistema posicional. A compreensão do sistema de numeração, para o registro consciente de quantidades maiores do que 10, faz parte da construção do conceito dos números. A criança deve relacionar os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5 ... 9 às quantidades que representam, ser capaz de ordenar estas quantidades, observando que o sucessor de um número tem sempre uma unidade a mais e compreender que estes mesmos algarismos são utilizados para representar todos os números naturais. Para isso, faz-se necessário um longo trabalho com material de contagem (palitos, canudinhos, pedrinhas, chapinhas, fichas, elásticos, caixinhas de vários tamanhos), com o qual ela possa fazer seus próprios agrupamentos e identificar os diferentes valores que um algarismo pode ter, dependendo da posição que ele ocupa em um número.

TI 1

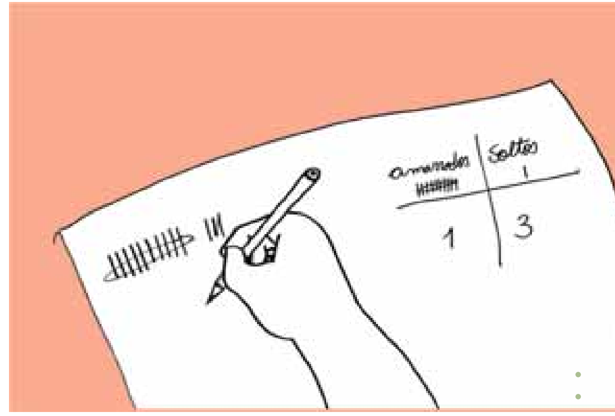
Selecione exemplos de trabalhos de alunos representando números.
Comente-os e leve este material para discutir com o grupo de formação no próximo encontro.

Seção 2: Atividades para compreensão do sistema de numeração

Dê uma quantidade de palitos ou chapinhas maior que nove (fica a seu critério a quantidade), e peça às crianças que escrevam o símbolo que representa essa quantidade. Se, por exemplo, a quantidade for treze, crianças que ainda não assimilaram o significado da notação posicional podem até escrever 13, mas tal representação, muito provavelmente, decorre de observações informais do dia-a-dia. Você pode perguntar:

- *“Por que esse número tem dois símbolos?”*

- *“O que quer dizer o um à esquerda do três?”*



As respostas serão informais e podem variar bastante de um aluno para o outro. Mas a situação-problema está lançada, e cabe à professora ou ao professor auxiliá-los na descoberta. Coloque então vários palitos ou canudinhos (inicialmente menos do que 100) sobre uma mesa e dê elásticos ou pedaços de barbante para as crianças. Peça a elas para formarem grupos de dez palitos e depois amarrarem cada grupo de palitos com um elástico.

Faça diversas situações dessas, aumentando e diminuindo a quantidade de palitos (mas nunca ultrapassando 100 palitos). Após cada contagem, a criança deverá representar o que fez com desenho e anotar o resultado numa tabela como mostrado na figura.

Durante atividades de construção de conceitos matemáticos, se a professora ou o professor quiser estimular a reflexão, o raciocínio lógico e a observação independente, ele deve fazer perguntas, para verificar a compreensão do processo de agrupar quantidades. Por exemplo:

- *“Para fazer um “montinho”, quantos palitos devo ter?”* (10)

- *“Quantos palitos no máximo podem ficar sem amarrar?”* (9)

- *“Se tenho dez palitos, que devo fazer com eles?”* (amarrar, formando um grupo)

Peça que eles arrumem cada quantidade indicada. Repita essa atividade diversas vezes, sempre variando a quantidade. Use inicialmente palitos e outros materiais, como tampinhas e fichas, e depois faça com desenhos – a etapa de “passar para o papel” é muito importante para o início do desenvolvimento simbólico.

TI 2

Vamos explorar etiquetas com valores como 16 e 61
Ao mostrar estas etiquetas para os alunos, que perguntas você poderia fazer para ajudar seus alunos a observarem a diferença existente entre esses dois registros numéricos de agrupamentos diferentes?

Depois de diversas atividades, como as descritas acima, volte à pergunta que deu início a todo esse processo, e compare a resposta que seus alunos são agora capazes de produzir com aquela que eles deram no momento inicial. Apresente o número 13 (ou aquele que você escolheu) e pergunte outra vez:

- *"Por que esse número tem dois símbolos?"*

- *"O que quer dizer o um na frente do três?"*

Lembre-se, no entanto, de que a *verbalização de um processo mental* nessa idade pode ser difícil, e permita que as crianças se expressem livremente, com suas próprias palavras.

Seção 3: A ordenação dos números naturais

Quando perguntamos a você qual dos dois números naturais abaixo é o maior

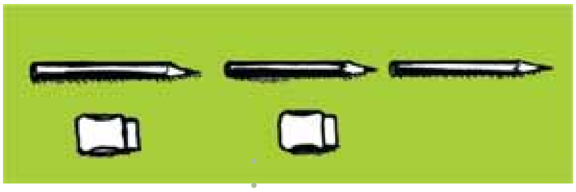
8768 e **20 211**

você responde com facilidade. Isto acontece por ter compreendido uma das principais características do sistema decimal de numeração para números naturais – quanto mais algarismos houver, maior o número. É a compreensão de que nosso sistema é posicional que permite fazer uma primeira ordenação dos números naturais, decidindo qual é maior.

Da mesma forma que o significado da representação decimal dos números tem de ser aprendido pelos alunos, a ordenação destes números também necessita de tempo de trabalho e de reflexão, e a professora ou o professor deve estar atento a isto.

O trabalho com material concreto contribui para a descoberta de critérios de comparação e ordenação de quantidades. Fazendo corresponder a cada elemento de um grupo de objetos um elemento de outro grupo, o aluno se torna capaz de *ordenar* as duas coleções pela quantidade de objetos, decidindo se em uma delas há mais do que na outra, ou se ambas têm quantidades iguais. Desta forma, estamos ajudando nossos alunos a dar significado a relações importantes: "... há mais que ...", "... há menos que ...",
"... há tantos quanto ...".

Por exemplo: Dê uma certa quantidade de lápis e outra de borrachas para uma dupla de alunos e pergunte se há mais lápis do que borrachas. A estratégia de emparelhar os objetos ajuda o aluno a responder a esta pergunta.



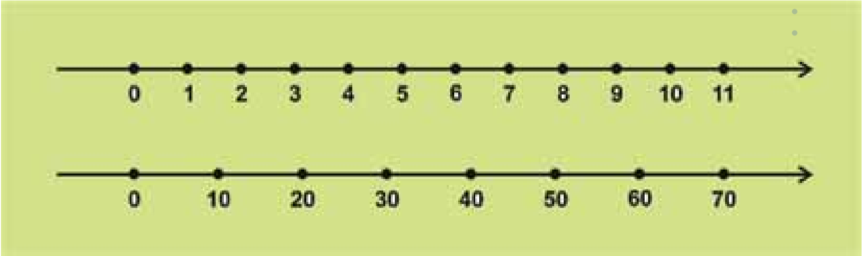
Ao associar a quantidade de objetos de cada uma das coleções a um número natural, o aluno estará construindo significado para a ordenação dos números. Outras relações importantes podem ser construídas: "qual vem antes de ...", "qual vem depois de ...", "qual vem imediatamente antes de ...". Também é importante explorar perguntas tais como: "quantos a mais", "quantos a menos", etc. , que serão importantes para dar significado às operações com números naturais.

TI 3

Usando as idéias de comparação de coleções e contagem dos elementos de cada coleção, elabore uma atividade de ordenação de números naturais para os alunos.

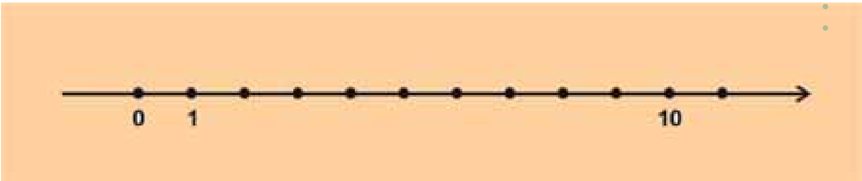
Seção 4: A reta numérica

A representação dos números em uma reta é um recurso valioso em Matemática. Experiências com este modelo podem se iniciar bem cedo, utilizando recursos concretos, como barbantes, passos sobre uma linha desenhada no chão, etc. Observe que a reta numérica ajuda a visualizar a ordenação dos números naturais.



Nas primeiras experiências, é importante iniciar sempre do zero e os alunos devem perceber que se deve usar espaços iguais entre as marcas que representam intervalos iguais. A reta numérica é um excelente apoio visual para as atividades de ordenação de números naturais.

Por exemplo: Peça que os alunos marquem na reta os números 4, 7 e 11.



A reta numérica também contribui muito para ajudar seus alunos a compreender e realizar as operações com números naturais, como veremos no Fascículo 2.

TI 4

Elabore uma atividade lúdica de ordenação de números naturais na reta numérica.

Seção 5: As centenas

Quando os alunos já estiverem trabalhando números com dois algarismos com mais facilidade, faça os agrupamentos com quantidades maiores que 99, utilizando o mesmo processo adotado até o momento. Nesta etapa, é fundamental enfatizar que a “regra do jogo” precisa ser mantida, ou seja, em nosso sistema de numeração usamos agrupamentos de 10 em 10. Assim, os alunos devem perceber que, ao completarem dez grupos de dez, é preciso fazer um novo agrupamento de outra ordem, ou seja, um grupão de grupos de dez. O novo grupão, que conterá 100 unidades ou dez dezenas, será representado por um algarismo em uma nova casa decimal, uma nova ordem.

Sugestão: Quando houver necessidade de uma quantidade muito grande de palitos, negocie com as crianças a troca de grupos e grupões por palitos coloridos. Mesmo assim, é preciso ter bastante material que represente as unidades e as dezenas, pois o aluno deve experimentar algumas trocas concretamente. Por exemplo:

· *1 palito natural vale 1 unidade.*

· *1 palito vermelho vale 10 palitos naturais, logo, 10 unidades.*

1 palito azul vale 10 vermelhos, ou seja, 100 naturais. Portanto, 100 unidades.

TI 5

Descreva pelo menos quatro representações diferentes para o número 984 usando materiais concretos.

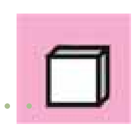
Seção 6: Outros recursos

Lembre-se de que nosso sistema de numeração levou séculos para ser construído. Portanto, é necessário que a criança vivencie de diversos modos esse aprendizado, com diversos materiais. Quanto mais modelos utilizar, mais o pensamento da criança se torna flexível e mais fácil será chegar a um conceito mais abstrato, que poderá ser usado em novas situações. A seguir, apresentamos alguns exemplos de materiais, dentre muitas possibilidades.

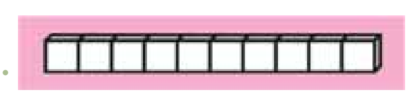
Material Dourado

Este material, também conhecido como material montessoriano de contagem, é composto de cubos, barras e placas de madeira, de modo que:

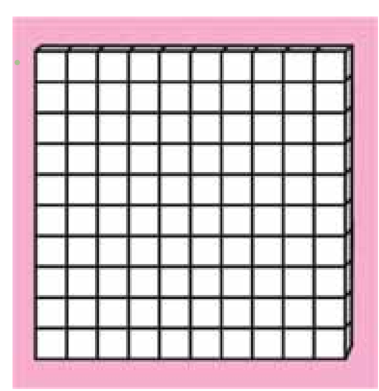
· um cubo pequeno, de 1 cm x 1cm x 1 cm, representa a unidade.



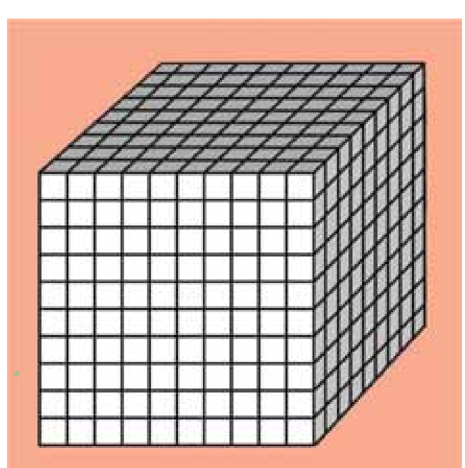
· uma barra, com 10 cubos unidos, representa 1 dezena.



· uma placa com 100 cubos unidos (ou 10 barras unidas) representa a centena.

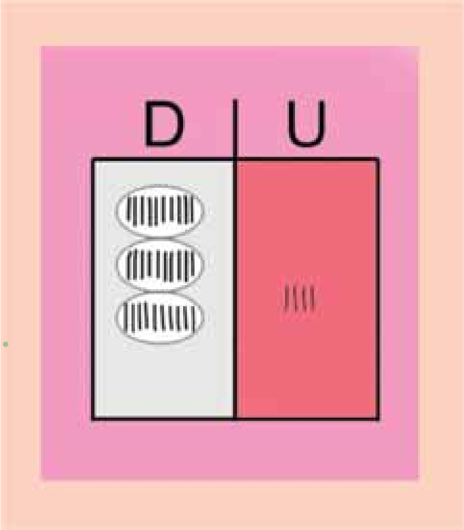


· um cubo grande, com 1.000 cubos pequenos (ou 10 placas unidas ou 100 barras unidas) representa o milhar.



Se você encontrar dificuldade em conseguir os cubos e barras de madeira, use cartões em que os quadradinhos são desenhados, formando as unidades, dezenas e centenas. Em um segundo momento, as crianças podem também passar a representar este material na forma de desenhos – estas idéias e estas representações serão bem exploradas ao trabalharmos com as operações de números naturais, no Fascículo 2.

O Quadro Valor de Lugar (QVL)



O QVL, mostrado na ilustração ao lado, é um recurso que reforça o significado da representação posicional decimal. Ao montar uma tabela na qual estão indicadas claramente as ordens decimais (unidade, dezena, centena, etc.) o aluno pode fazer e desfazer agrupamentos, representar com desenho estes agrupamentos e dar significado aos números escritos no sistema decimal de numeração.

O QVL deve acompanhar os alunos durante todo o aprendizado do sistema decimal de numeração e dos algoritmos das operações com números naturais. Ele ainda poderá voltar a ser utilizado quando este sistema for ampliado no estudo de decimais, para incluir as ordens menores que a unidade (décimos, centésimos, etc.). Embora você deva, aos poucos, incentivar seus alunos a não usar sempre materiais concretos, tais recursos serão úteis toda vez que for introduzida uma nova ordem decimal, ou quando os alunos demonstrarem dificuldades na compreensão do valor posicional.

TI 6

Explique por que é errado dizer que o número 28 tem 8 unidades. Quantas unidades tem 28? Qual é o significado correto do algarismo 8, em 28?

TI 7

Explique por que é errado dizer que o número 234 tem 3 dezenas. Quantas dezenas tem 234? Qual é o significado correto do algarismo 3, em 234?

TI 8

Elabore uma atividade, explorando recursos discutidos neste fascículo, para ajudar seus alunos a compreender que há unidades agrupadas nas dezenas, dezenas agrupadas nas centenas, e assim por diante.

Parte 2: Preparando para a adição e a subtração

Seção 1: Os conceitos de adição e subtração

A conceituação da operação de adição serve de base para boa parte de aprendizagens futuras em Matemática. A criança deve passar por várias experiências concretas envolvendo o conceito da adição para que ela possa interiorizá-lo e transferi-lo para a aprendizagem do algoritmo, que vem a ser um mecanismo de cálculo. A conceituação da operação de subtração deve ser feita paralelamente, já que em atividades concretas a exploração dos dois tipos de conceitos é muito natural. Além disso, não podemos deixar escapar a oportunidade que o aluno tem de ver, na prática, que a subtração e a adição são operações inversas. Por exemplo, quando reúne objetos para desenvolver o significado da adição, a criança sente que pode também separá-los. Assim, ela vê que se 4 + 2 = 6, vale também que 6 – 2 = 4.

Quando desenvolve o conceito de número, a criança verifica, por exemplo, que pode arrumar cinco palitos como “quatro e um” ou “três e dois”. Tais experiências devem ser enriquecidas, para que a criança possa registrá-las mais tarde, em linguagem matemática como: 4 + 1 = 5 e 3 + 2 = 5. A professora ou o professor terá de oferecer inúmeras oportunidades concretas para que a criança comece a exprimir experiências em linguagem matemática. Assim, quando ela escreve 4 + 3 = 7, esta ação deve refletir uma experiência e não uma simples informação transmitida pela professora ou pelo professor.

TI 9

Na seção 3 da Parte I, afirmamos que perguntas como: “quantos a mais” e “quantos a menos” ajudam a dar significado às operações. Discuta a qual operação cada uma destas perguntas está associada.

Seção 2: Ações associadas às operações de adição e subtração

A adição corresponde sempre a dois tipos básicos de ação: juntar (ou reunir) ou então acrescentar, enquanto a subtração corresponde às ações de: retirar, comparar ou completar. É muito importante que as crianças vivenciem experiências envolvendo *todos* estes tipos de ação. A dificuldade que os alunos sentem na resolução de problemas, expressada muitas vezes pela pergunta “que conta devo fazer?”, é causada, principalmente, pela falta de experiências concretas variadas.

Atividades que envolvem a ação de juntar

Utilize materiais concretos como chapinhas, palitos, botões, grãos e pedrinhas e uma folha de papel para cada aluno, na qual estão desenhados três círculos de cores diferentes (azul, vermelho e verde, por exemplo). Peça às crianças que coloquem 3 lápis no círculo vermelho e 2 no círculo azul. Feito isto, peça que juntem todos os lápis no círculo verde e pergunte: “quantos lápis estão reunidos no círculo verde?”.

Explore atividades lúdicas, como por exemplo o “**jogo de esconder**”. Neste jogo, distribua um certo número de objetos do mesmo tipo para cada dupla de alunos (podem ser 9 no primeiro momento, e mais tarde uma quantidade maior). Diga às crianças que o jogo tem as seguintes regras:

a) um aluno apresenta ao seu colega uma certa quantidade de fichas (ou do objeto que estiver sendo utilizando) arrumadas em dois grupos – as fichas não utilizadas permanecem escondidas da vista do outro jogador.

b) Depois que o colega observar, junta as fichas e cobre-as com uma folha de papel.

c) O outro aluno que joga deve dizer o total de fichas que ficou embaixo da folha.

d) Em seguida, os dois alunos levantam a folha e conferem o resultado. Para cada resultado correto será marcado um ponto para o jogador.

e) A turma faz 10 jogadas, revezando sempre o aluno jogador. Depois os pontos são contados para se determinar o vencedor da partida.

TI 10

Crie um jogo com a idéia de juntar e que possa ser desenvolvido na área externa de sua escola, envolvendo a participação corporal das crianças.

Atividades que envolvem a ação de acrescentar

Uma forma interessante de se trabalhar é contar histórias, usando, por exemplo, flanelogravuras.

Por exemplo: “Havia 5 patinhos no lago”. Peça que um aluno venha à frente e prenda cinco patinhos no flanelógrafo, de forma que as outras crianças acompanhem a tarefa. Continue contando: “Chegaram mais dois patinhos”. Outro aluno deve fazer a ação de acrescentar os novos patinhos ao flanelógrafo. Pergunte então, no final: “quantos patinhos estão agora no lago?”.

Ações de acrescentar são também bastante comuns em situações que ocorrem no cotidiano da sala de aula. A professora ou o professor atento pode registrar estas ocorrências e fazer perguntas.

TI 11

Exemplifique pelo menos duas situações possíveis de ocorrer no cotidiano da sala de aula, nas quais a professora ou o professor pode chamar a atenção para a ação de acrescentar. Para cada uma delas, registre uma pergunta que a professora ou o professor pode fazer aos seus alunos.

Atividades que envolvem a ação de retirar

Usando o mesmo tipo de material adotado em atividades anteriores, proponha que um aluno “coloque 5 borrachas dentro da caixa”. Depois, peça que ele “retire 3” e que, ao final, “verifique quantas ficaram na caixa”.

Forme, na frente da turma, uma fila de crianças (até 9). Peça a uma criança, que não esteja na fila, que observe a quantidade de crianças na fila e depois vire de costas. Sem falar, retire alguns alunos da fila e diga à criança de costas que se vire. Em seguida, pergunte:

- *“Quantos alunos havia na fila?”*

- “Quantos alunos ainda ficaram?”

- *“Quantos saíram?”*

Repita a atividade com outros alunos, sempre mudando o número de alunos da fila.

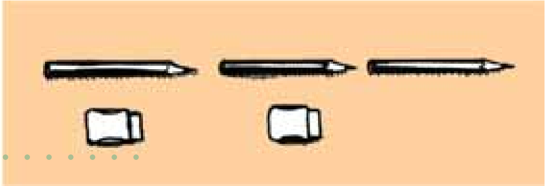
TI 12

Em um problema de retirada, sempre há pelo menos três quantidades envolvidas: (1) quanto havia antes da retirada; (2) quanto foi retirado e (3) quanto restou. Para cada uma das duas sugestões feitas acima, reconheça qual dessas quantidades a criança deve encontrar e quais são as quantidades conhecidas no problema.

Atividades que envolvem a ação de comparar

A ação de comparar não é do mesmo tipo que a ação de retirar. Considerando o grupo original dado, na ação de retirar uma parte era subtraída para se encontrar o resto. No entanto, numa ação comparativa como “*Marcos tem 5 lápis e 2 canetas. Quantos lápis ele tem a mais do que canetas?*”, as duas canetas não podem ser retiradas do conjunto de 5 lápis.

A forma de criar situações para que a criança perceba que a operação de subtração é a que deve ser associada à comparação é o **emparelhamento de objetos**. Colocando os elementos dos dois conjuntos, lado a lado, até que todos os elementos de um dos conjuntos tenham sido utilizados, a criança verá que a resposta (quantos a mais) é a quantidade de elementos que ficaram sem par. A ação concreta necessária para encontrar esta resposta é separar ou retirar os elementos do conjunto maior, que tiveram elementos correspondentes no conjunto menor. Assim, ele estará determinando o número de elementos do resto, e esta ação corresponde à determinação de quantos elementos a mais existem.



Dessa forma, estaremos sempre subtraindo elementos de um mesmo conjunto. Do total de 3 lápis (conjunto maior), retiramos 2 deles, que foram emparelhados com as 2 borrachas. Sobra 1 lápis. Este resultado diz “quantos a mais” há no conjunto maior.

Utilize materiais diferenciados e proporcione muitas atividades de emparelhar objetos. Somente quando você perceber que a relação da ação de comparação com a subtração foi compreendida e está sendo corretamente utilizada, é que você poderá partir para generalizações, trabalhando com comparações nas quais os alunos não possam dispor os elementos dos dois conjuntos lado a lado.

TI 13

Elabore uma atividade de comparação na qual os alunos precisam ter interiorizado a idéia de comparar, pois não é possível dispor concretamente os elementos dos dois grupos lado a lado.

Atividades que envolvem a ação de completar

Para a criança, a utilização da subtração em situações de completar é ainda mais difícil. Quando precisamos descobrir quantos elementos faltam para completar um conjunto de objetos, a ação de **completar** está intimamente relacionada à ação de **acrescentar**. No entanto, a operação realizada é a subtração, e as crianças devem ser ajudadas a compreender POR QUE se usa a subtração para resolver esse tipo de situação, à qual uma idéia aditiva está associada.

Aqui, para compreender que a subtração resolve esse tipo de situação-problema, o aluno deve ser levado a visualizar a quantidade total necessária e a retirada do que já tem deste total. Separando o conjunto de objetos disponíveis do total necessário, o aluno verá porque subtrai para encontrar a resposta.

Coloque no flanelógrafo (ou sobre uma mesa, ou em um mural) 2 agrupamentos de figuras, sendo que em um dos conjuntos faltam algumas figuras que estão no outro.

Peça a um aluno que complete o segundo grupo, levando-o a responder à seguinte questão: "Quantas figuras você precisou colocar para que as quantidades ficassem iguais?".

A ação de completar pode ser explorada em atividades nas quais os alunos tenham de completar uma tarefa já iniciada. Podemos utilizar folhas com desenhos para colorir ou completar: Veja:

Maria tem 4 vasos.

- *"Quantos estão com plantas?"*

- "Quantos estão vazios?"

- "Complete o trabalho de Maria, desenhando flores nos vasos vazios".

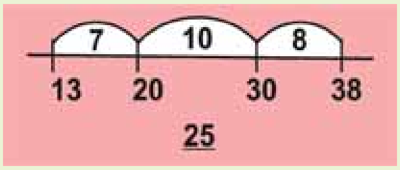
TI 14

Elabore uma situação–problema envolvendo a ação de completar. Liste as perguntas que você deve fazer ao seu aluno.

TI 15

Diante do problema de comparação: "*Flávia tem 38 anos e sua filha, Duda, tem 13. Quantos anos a filha de Flávia tem a menos que ela?",* Clara apresentou a seguinte solução, apoiada na idéia de reta numérica:

Clara marcou na reta as duas idades (13 e 38) envolvidas no problema. Em seguida, marcou os números 20 e 30 e assinalou "saltos", com os valores 7, 10 e 8, para sair de 13 e chegar a 38. Abaixo desta representação, a aluna escreveu a resposta correta, ou seja, 25.



a) Clara realizou um cálculo mental para obter a resposta. Qual foi?

b) Por que você acha que Clara escolheu estes "saltos"?

c) Exemplifique outros "saltos" que uma criança poderia usar para chegar à resposta.

d) Que lhe parece mais natural: calcular 38-13 ou as ações de Clara? Por quê?

Seção 3: Os fatos básicos e seu aprendizado

Realizando atividades como as propostas, ligadas às ações de juntar, acrescentar, retirar, comparar e completar, os alunos estarão aprendendo, simultaneamente, os fatos básicos dessas duas operações.

Mas o que é fato básico?

Quando numa operação empregamos números de um só algarismo, estamos diante de um fato básico. Em outras palavras, os fatos básicos são os cálculos de uma operação que devem ser realizados mentalmente, sem o auxílio do algoritmo. Aos poucos, o aluno deve memorizar estes resultados e ser capaz de aplicá-los em diversas situações.

Todas as sugestões feitas abaixo estão voltadas para desenvolver o pensamento matemático dos seus alunos e ajudá-los na aplicação das propriedades e na memorização dos fatos básicos. Daremos destaque à preparação do aluno para compor e decompor quantidades. Estas habilidades estão intimamente ligadas ao processo de aquisição dos fatos básicos e serão fundamentais para o bom desempenho nas operações de adição e subtração.

1. Conte histórias

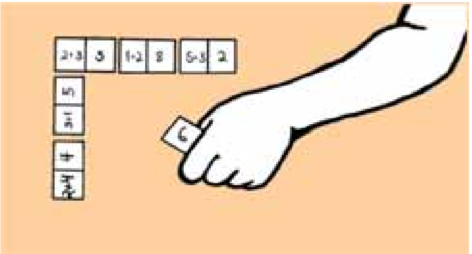
E utilize material concreto para que os alunos, ao manipulá-lo, observem que uma mesma quantidade pode ser arrumada de várias maneiras. Estas atividades levam às várias decomposições de um número.

Apresentamos, a seguir, uma história que serve como exemplo para você, professora ou professor, utilizar e criar várias outras semelhantes. Numa primeira fase, as histórias devem ser apresentadas oralmente. Este tipo de atividade é também uma preparação para a resolução de problemas. Após a criança dominar o conceito da operação e seus fatos básicos e quando puder ler e interpretar pequenos textos você pode propor as mesmas histórias por escrito. Veja:

"João ganhou 6 bolas de gude e tem 2 bolsos para guardá-las. Mostre as várias maneiras que ele tem de guardar as 6 bolas nos bolsos".

O aluno representa as diversas decomposições, usando material concreto, e registra suas experiências num quadro, que pode ser apresentado em folha de atividade.

2. Dominó da adição



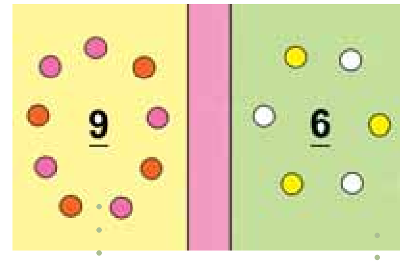
Aqui a professora ou o professor pode confeccionar o material em cartolina. Um primeiro dominó pode incluir apenas os fatos básicos de soma até 5, para as crianças se familiarizarem com o jogo. Um segundo dominó, que inclua todas as somas até 9 terá muito mais peças e pode ser oferecido quando as estratégias de jogo já não oferecerem qualquer dificuldade.

TI 16

Faça um planejamento de peças para montar um dominó da adição com todos os fatos básicos da soma até 5.

3. Adivinhe a carta escondida

Usar uma coleção de cartões com números e figuras (apenas cartões até 5, no primeiro momento, e até 10 em seguida) dividindo-a entre dois alunos – A e B. Você pode também utilizar as cartas não figuradas de um baralho para esta atividade. Em turnos, o aluno A abre um cartão na mesa e olha a carta seguinte do seu monte, sem mostrá-la a seu colega, o aluno B. Então, A anuncia o resultado da adição do valor das duas cartas – a que está à vista e a que está virada para baixo - para seu colega B que deve, então, descobrir o valor da carta escondida.



Cartão visível B
Cartão escondido B

Se A enunciar errado o resultado da adição que realizou (Por exemplo: 14, com os cartões acima), ele impediu, com seu erro, que B acertasse qual o cartão escondido. Neste caso, ele perde os cartões para o colega B (que os guarda em um monte separado).

Se A enunciar corretamente o resultado (no nosso exemplo: 15) podem acontecer duas hipóteses:

(a) B errar a resposta (por exemplo: achar que o cartão escondido é 7). Neste caso, o colega A, que propôs a adivinhação, ganha os cartões, ou

(b) B descobre corretamente o valor do cartão escondido (no nosso exemplo: 6). Neste caso, ele ganha os dois cartões.

Ganha o jogo o aluno que tiver conseguido mais cartões ao final do jogo.

TI 17

Qual a operação que o aluno B deve realizar para adivinhar a carta escondida? Você acha que esta atividade ajuda o aluno a compreender que a adição e a subtração são operações inversas? Por quê?

4. Conferindo resultados com a calculadora

O uso de recursos tecnológicos tem um fator de motivação bem grande para os alunos. Além disso, ao preparar nossos alunos para o mundo do trabalho e para o cotidiano do cidadão, é indispensável torná-los aptos a utilizar estes recursos. No caso da calculadora, ela pode contribuir para que o aluno utilize a notação correta nas operações neste estágio inicial, além de permitir a conferência dos resultados obtidos por eles. O fato de que crianças podem errar ao utilizar a calculadora também deve ser explorado, valorizando-se a habilidade de fazer estimativas e de utilizar o cálculo mental. Propomos o seguinte jogo:

Em turnos alternados, um aluno propõe um fato básico para seu colega. Os dois devem responder à pergunta por escrito e, após esta etapa, conferir o resultado usando a calculadora (a conta na calculadora deve ser feita pelo aluno que propôs o desafio). Ganha um ponto quem respondeu corretamente.

Para incentivar seus alunos a fazer estimativas e valorizar o cálculo mental, você pode estipular que, se o resultado da calculadora estiver incorreto, ganha 2 pontos quem descobrir este fato.

Lembre-se...

Esse momento – de preparar a criança para a adição e a subtração – é de fundamental importância. Todas as atividades aqui propostas devem ser vivenciadas, concretamente, pela criança, até que você perceba que ela está compreendendo realmente os conceitos das operações. Você verá, então, como ela vai sentir-se segura e como tudo isso vai facilitar o aprendizado da Matemática nos estágios seguintes.

Lembre-se também que, para o aluno vir a ser capaz de utilizar bem os algoritmos da adição e da subtração, é necessário não apenas o desenvolvimento de estratégias mentais que lhe permitam utilizar os fatos básicos com segurança, mas também um bom conhecimento das diversas possibilidades para decompor um número. Assim, as atividades propostas na seção 3 são de fundamental importância para a continuidade do desenvolvimento de seus alunos em Matemática.

Bibliografia complementar para a professora e o professor

AZEVEDO, M.V.R. *Jogando e construindo matemática*. São Paulo: Vap, 1999.

DANYLUK, O. *Alfabetização matemática*: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, 2002.

DUHALDE, M.H., CUBERES, M.T.G. *Encontros iniciais com a matemática*. Porto Alegre: Art Med, 1998.

IMENES, L.M. *A numeração indo-arábica*. São Paulo: Editora Scipione, 1991, Coleção vivendo a matemática.

KAMII, C. *Crianças Pequenas Reinventam a Aritmética*. Porto Alegre: ArtMed, 2002.

MANDARINO, M.C.F., BELFORT, E. *Números naturais – conteúdo e forma.* Rio de Janeiro: LIMC–UFRJ, 2005.

NEHRING, C. et all. *Orientações metodológicas para o uso das barrinhas de cuisenaire*. IJUÍ: UNIJUÍ/PADCT/CAPES, 1995, v.2.

________. *Orientações metodológicas para o uso da base 10* (material dourado). IJUÍ: UNIJUÍ/PADCT/CAPES, 1997, v.3.

SMOLE, K.S., DINIZ, M.I., CANDIDO, P. *Brincadeiras infantis nas aulas de matemática*. Porto Alegre: ArtMed, 2000. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).

________. *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).

RANGEL, A.C. *Educação Matemática e a construção do número pela criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

ZUNINO, Delia Lerner. *A Matemática na escola:* aqui e agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Pró Letramento

Matemática

Operações com Números Naturais

fascículo 2

Elizabeth Belfort
Mônica Mandarino
Ilustrador - Leonardo Cordeiro da Rocha

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Sumário

Apresentação do Fascículo 2

Antes de você, cara professora ou caro professor, iniciar o seu trabalho no fascículo 2, gostaríamos de relembrar alguns dos pressupostos deste material. Acreditamos que é direito de todo cidadão saber Matemática, ferramenta essencial para que se possa atuar de forma crítica na sociedade. Num mundo cada vez mais complexo, a escola precisa desenvolver habilidades que permitam resolver problemas, lidar com informações numéricas para tomar decisões, opinar sobre temas que as envolvem, desenvolvendo capacidades de comunicação e de trabalho coletivo, de forma independente.

A matemática escolar tem um papel formativo – ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. É também uma ferramenta importante para outras áreas do conhecimento, por ter uma linguagem própria de expressão. O tema deste fascículo – Operações com Números Naturais – tem, nos anos iniciais de escolarização, um papel central neste processo.

Como no fascículo 1, este material foi estruturado como uma troca entre colegas de profissão. Não temos a pretensão de esgotar o tema, mas buscamos motivar o colega ou a colega a repensar seus conhecimentos e sua prática de ensino para estes conteúdos. Esperamos contagiar você com nosso desejo de um ensino de matemática mais eficiente e mais prazeroso, fornecendo opções para mudança e despertando a vontade de continuar sempre se aperfeiçoando.

Acreditamos que não basta estar bem treinado para executar procedimentos de cálculo (ou mesmo para usar calculadoras) se não se sabe que operações devem ser feitas para resolver um determinado problema. As experiências iniciais de uma criança em tomar decisões sobre que operações utilizar - e em que ordem - são muito importantes para lhe dar segurança em Matemática pelo restante de sua vida. Só um ensino de operações que não fique restrito ao treino de procedimentos mecânicos será capaz de levar os alunos a não precisarem mais perguntar: "*que conta eu faço?*", " *este problema é de mais ou de menos?*", por exemplo.

Assim, ao tratar destes temas, mais uma vez, você tem em suas mãos uma grande responsabilidade. Esperamos que este curso possa ajudá-lo a conhecer e valorizar atividades mais voltadas para a compreensão dos significados e dos "por quês" das etapas dos algoritmos. Frisamos, mais uma vez, que o ensino de Números Naturais e suas operações vai sempre exigir de você muita reflexão e uma busca constante por melhores estratégias de ensino.

As propostas de trabalho exploradas neste fascículo são oriundas do curso Números Naturais – Conteúdo e Forma, um curso completo desenvolvido pelo LIMC, que representa a rede de formação continuada no Estado do Rio de Janeiro. Como dispomos de menos tempo para o tema neste programa, foi necessário fazer escolhas, assim como no fascículo 1. Procuramos selecionar alguns dos conceitos e idéias fundamentais, que poderão ajudar seus alunos a construírem uma base sólida para continuarem seus estudos.

Durante a próxima quinzena, busque experimentar as atividades sugeridas neste fascículo. Busque avaliar o potencial das propostas para gerar interesse e compreensão, e perceber as possibilidades didáticas e necessidades de adaptá-las à sua realidade. Esperamos, ainda, continuar a estimular uma mudança de olhar para a produção de seus alunos, valorizando cada passo, para que você possa detectar como ajudá-los a superar dificuldades.

Para finalizar, lembramos mais uma vez que a experimentação, seguida da reflexão e do debate, será o principal investimento feito durante seu trabalho com estes fascículos. É a discussão de experiências realizadas nas salas de aula com outras professoras e outros professores que possibilitará que todo o grupo reflita e compreenda conceitos, ganhando autoconfiança e liberdade criativa. Tudo isso, porém, depende muito de você e de um bom clima de trabalho do grupo.

Bom trabalho!

As autoras, Mônica e Beth

Fascículo 2 - Operações com Números Naturais

Roteiro de trabalho para o segundo encontro

Pensando juntos

Neste primeiro momento do encontro, sugerimos que vocês troquem experiências envolvendo:

- as tarefas individuais propostas no roteiro de trabalho da quinzena;
- aspectos relacionados com suas aulas e o uso das idéias deste módulo;
- aspectos relacionados com sua formação continuada: dúvidas metodológicas, operacionais ou conceituais.

Tarefa 1

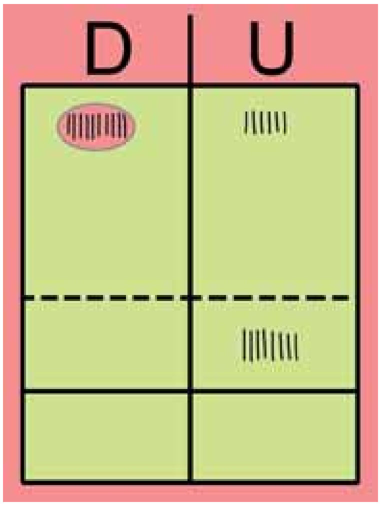
Avaliação conjunta do trabalho desenvolvido na quinzena

Após a discussão, entreguem as tarefas individuais do fascículo 1 e a avaliação conjunta para o tutor.

Trabalhando em grupo

1. Texto para Leitura - Algoritmos

Um algoritmo é um dispositivo prático, elaborado para facilitar a execução de uma certa tarefa. Convivemos com vários tipos de algoritmos – alguns são muito simples, como ligar uma televisão (basta achar o botão correto e pressioná-lo); outros mais elaborados, como uma receita culinária (devemos organizar os ingredientes e, em ordem, executar as etapas); há outros, ainda, que exigem um bom tempo de treinamento até que nos sintamos seguros para poder executá-los independentemente, como dirigir um automóvel.



Quando nos deparamos com um algoritmo em nosso cotidiano, é comum precisar de ajuda nas primeiras tentativas de utilizá-lo. Além disso, se não compreendermos o algoritmo, vamos acabar usando-o mecanicamente, sem nenhuma autonomia, apenas seguindo instruções (pense, por exemplo, no formulário da declaração do Imposto de Renda). De forma similar, quem não dispõe de boas estratégias de cálculo passa por dificuldades em inúmeras situações do dia-a-dia, que exigem autonomia de decisões sobre "que cálculo fazer" e "como fazê-lo".

Dentre as estratégias de cálculo, os algoritmos das quatro operações ocupam lugar de destaque. Explorando as vantagens do Sistema Decimal de Numeração, eles foram idealizados para permitir a realização dos cálculos com exatidão e com razoável velocidade.

2. O Algoritmo da Adição

Você já teve a oportunidade de analisar atividades que preparam o aluno para adicionar corretamente, incluindo aquelas voltadas para a compreensão do sistema de numeração – ou seja, estamos propondo adiar um pouco a introdução do algoritmo. Agora, vamos discutir brevemente nossos motivos para propor que você considere esta forma de trabalhar.

Em primeiro lugar, a habilidade de utilizar o algoritmo corretamente não se adquire de uma só vez, pois requer tempo e prática. Por isso, o algoritmo da adição só deve ser apresentado às crianças quando elas já dominarem, com certa segurança, o conceito da operação, os fatos básicos e o sistema de numeração.

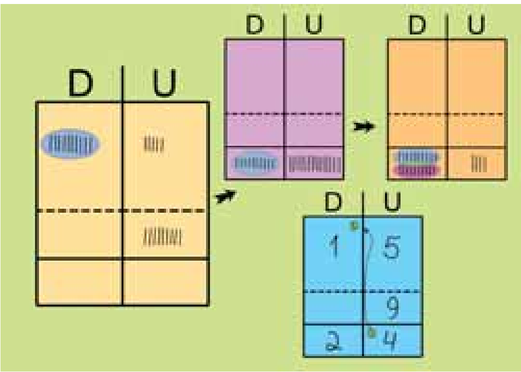
É importante ainda ficar claro que não estamos fazendo um bom uso do algoritmo quando solicitamos a uma criança, um "arme e efetue" em adições como "5+2=" ou "8+7=". Os resultados destas adições são fatos básicos e o algoritmo da adição não ajuda a criança a efetuar a operação. Nesses casos, é mais adequada a resolução por meio do cálculo mental (iniciando o processo de memorização com o auxílio de materiais de contagem). Na verdade, para que a criança utilize bem o algoritmo quando for operar com as representações dos números dispostas em colunas, ela precisará de boas estratégias mentais para determinar os resultados das adições de números de um algarismo.

Finalmente, consideramos que no processo de construção do algoritmo da adição, é recomendável que os primeiros exemplos já envolvam adições com "reservas", ou seja, aquelas em que a soma das unidades isoladas é maior que nove, sendo necessário fazer um agrupamento para a casa das dezenas. Trabalhando com "reserva" desde o início, o aluno compreende porque é necessário começar a operar pelas unidades, isto é, da direita para a esquerda, o que contraria seus hábitos de leitura. Por outro lado, ao trabalharmos os primeiros exemplos sem reservas, o resultado da operação será o mesmo se operarmos da esquerda para direita ou vice-versa. Tal estratégia não permite ao aluno perceber que, na utilização do algoritmo, há uma nítida vantagem em se iniciar o processo pela ordem das unidades.

Tarefa 2

A figura ao lado mostra a utilização de materiais concretos e do QVL para registro do algoritmo da adição

(a) Discutam e escrevam um roteiro explicativo das três etapas realizadas com os palitos.
(b) Descrevam a relação das etapas realizadas com o material concreto e o registro do algoritmo formal.

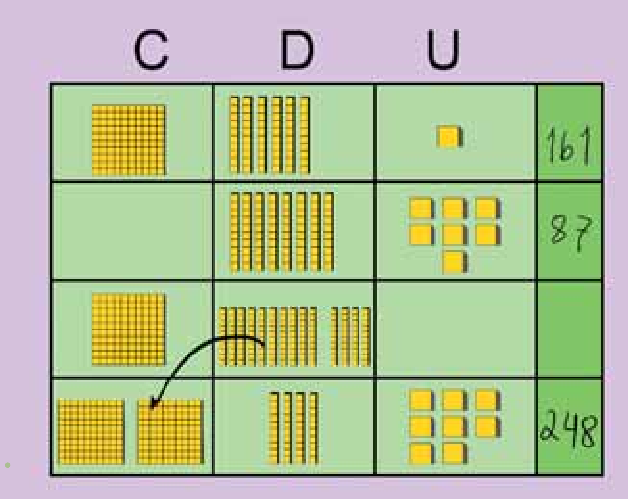


Tarefa 3

A figura abaixo mostra o material dourado e o QVL, usados de forma integrada, para adicionar 87 a 161

(a) Discutam e descrevam o que está sendo representado em cada uma das quatro linhas do quadro.

(b) Que dificuldade da compreensão do algoritmo este tipo de trabalho pode ajudar a superar? Por quê?



3. O olhar dos alunos
Episódio

Ao lado, apresentamos o registro de Bruno para efetuar a operação 920 – 709

$$
\begin{array}{rccc}
 & & 9 & \\
 & 8 & \cancel{10} & 10 \\
 & 9 & 2 & 0 \\
- & 7 & 0 & 9 \\
\hline
 & 2 & 0 & 1
\end{array}
$$

Tarefa 4

Expliquem o pensamento de Bruno. O que ele acerta? O que ele erra?

Nossas conclusões

Para preparar coletivamente um relatório deste dia de trabalho, não esqueçam de discutir:

• Pontos que merecem destaque, relacionados com as atividades realizadas (desafios, dificuldades, boas idéias, sugestões, inovações etc.);

• O produto coletivo das Tarefas Presenciais (TP);

• Uma breve avaliação do trabalho realizado.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entregue este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 2 - Operações com Números Naturais

Roteiro de trabalho individual

Durante a próxima quinzena, você vai explorar atividades para ajudar seus alunos a compreenderem e utilizarem corretamente o algoritmo da subtração. Você também vai refletir sobre os conceitos das operações de multiplicação e de divisão, e porque estes conceitos devem preceder os cálculos. Finalmente, você vai explorar o algoritmo da multiplicação e um dos possíveis algoritmos para a divisão.

Leia o texto e faça as atividades. No próximo encontro, você terá a oportunidade de discutir suas reflexões e seus questionamentos no grupo de trabalho.

Parte 1: O Algoritmo da Subtração

Seção 1: Introduzindo o Algoritmo da Subtração

O algoritmo da subtração tem finalidade similar ao da adição, ou seja, sistematizar e facilitar o processo de cálculo. Ele deve ser apresentado quando as crianças já dominarem, com certa segurança, os conceitos associados à subtração, o sistema de numeração, os fatos básicos da subtração e o algoritmo da adição. Novamente chamamos sua atenção para o fato de que a habilidade de utilizar o algoritmo corretamente requer tempo e prática, sendo necessárias diversas experiências preparatórias, variando-se bastante os valores numéricos.

TI 1

Você acha que o algoritmo da subtração ajuda os alunos a efetuarem cálculos como “8–3=” ou “9–4=”? Explique sua resposta.

Para facilitar a discussão das sugestões de atividades, vamos apresentar desde já a nomenclatura associada ao algoritmo da subtração, lembrando que não há sentido em pedir aos alunos que memorizem estes termos. De um modo geral, o uso correto da linguagem matemática não deve ser o foco principal. Os alunos precisam compreender que os termos desta linguagem nos ajudam a conversar, comunicar e defender nossos pensamentos e nossa forma de resolver problemas e cálculos. No entanto, você, professora ou professor, deve utilizar a linguagem matemática corretamente. Deve ainda estimular o debate e o registro, pois essas atitudes farão com que os alunos assimilem, aos poucos, o vocabulário que for relevante a cada momento de sua aprendizagem.

$$\begin{array}{r l}
36 & \rightarrow \text{minuendo} \\
-\ 12 & \rightarrow \text{subtraendo} \\
\hline
24 & \rightarrow \text{resto ou diferença}
\end{array}$$

Seção 2: O algoritmo da subtração e a ação de retirar

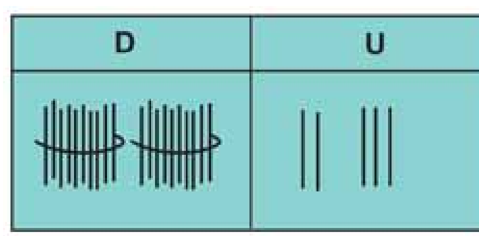
Ao iniciarmos o algoritmo da subtração, devemos usar, como na adição, materiais de contagem e o QVL. Lembramos que, dentre as ações associadas à subtração, a mais natural para a criança é a de retirar e, por isso, vale a pena iniciar o estudo do algoritmo da subtração usando esta idéia.

Para representar com material concreto a idéia de retirar, a criança deve separar, de seu material de contagem, apenas a quantidade que representa o minuendo. A seguir, ela deve retirar deste grupo de objetos a quantidade que corresponde ao subtraendo. A ação de retirar, da coleção de objetos que representa o minuendo, uma quantidade correspondente ao valor do subtraendo só faz sentido quando trabalhamos com apenas uma mesma coleção de objetos. Retiramos algo daquilo que temos!

Por meio de exemplos, vamos estudar como atividades que exploram a ação de retirar podem ser desenvolvidas concretamente.

Exemplo 1

Enuncie, oralmente, uma situação–problema envolvendo a ação de retirar. Como exemplo vamos retirar 13 de 25. Peça aos alunos que arrumem 25 palitos em um QVL, como na figura ao lado. Você pode construir em papel pardo, por exemplo, quadros com apenas duas linhas para que os alunos, ou grupos de alunos, trabalhem independentemente.

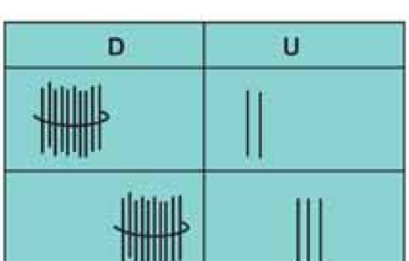


Diga aos alunos:

- *"Agora vamos resolver o nosso problema, ou seja, tirar 13 palitos dos 25 palitos".*

- *"Mude para a linha debaixo os palitos que representam a quantidade que você precisa tirar".*

- *"Quantos palitos permaneceram na primeira linha?"*



- *"Na primeira linha fica a quantidade de palitos que sobrou de 25 depois de tirarmos 13* (ou seja, o resto!)*".*

Por meio de conversas como a que exemplificamos, mostre às crianças que a quantidade de palitos da segunda linha representa o que foi retirado (subtraendo), e que a quantidade que sobrou na primeira linha é o resultado da operação. Logo: 25–13=12.

Trabalhando com material concreto você pode propor diversas situações. Isto vai ajudar seu aluno a perceber a seqüência de ações que compõe o algoritmo. A representação, no caderno, dos passos realizados com material concreto também é importante para que o aluno, aos poucos, compreenda a relação entre estes passos e o registro formal do algoritmo.

Usando o exemplo anterior, veja como você pode estimular esta associação entre o concreto e a representação escrita.

Após a representação do minuendo:

- *"Vamos representar este número no caderno?"*
- *"Façam um QVL e anotem esta quantidade de palitos"*

D	U
2	5

Após a retirada dos 13 palitos (o subtraendo):

- *"Vamos anotar agora, abaixo do número 25, a quantidade de palitos que foi retirada."*

	D	U
	2	5
–	1	3

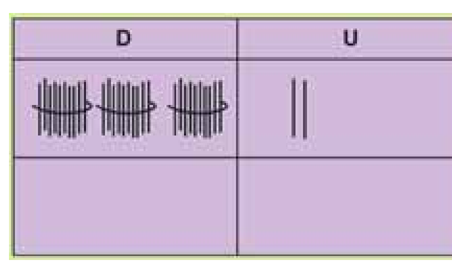
E para finalizar:

- *"Agora vamos fazer um traço para separar o resultado final e anotar quantos palitos sobraram depois da retirada."*

	D	U
	2	5
–	1	3
	1	2

Exemplo 2

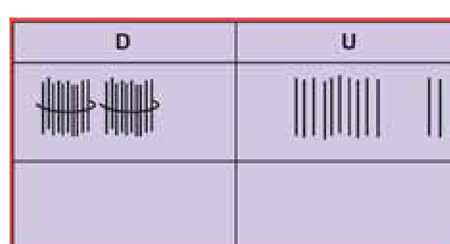
É possível usar estas idéias em uma subtração na qual é preciso desfazer as dezenas rearrumando o minuendo. Crie uma situação-problema para os alunos subtraírem 5 de 32.



D	U
3	2

Iniciamos por arrumar o minuendo na tabela. Explique aos alunos que eles só possuem 2 unidades não agrupadas e por isso não podem retirar 5 unidades. No entanto, é importante que eles percebam que o número 32 possui trinta e duas unidades, e o que "atrapalha" a realização concreta da retirada é apenas a forma como os objetos estão organizados.

Assim, os alunos devem concluir que será preciso desfazer uma das dezenas (que contém 10 unidades). Após desamarrarem uma dezena e a passarem para a casa das unidades, os palitos ficarão com a seguinte disposição.



D	U
2 ~~3~~	1 2

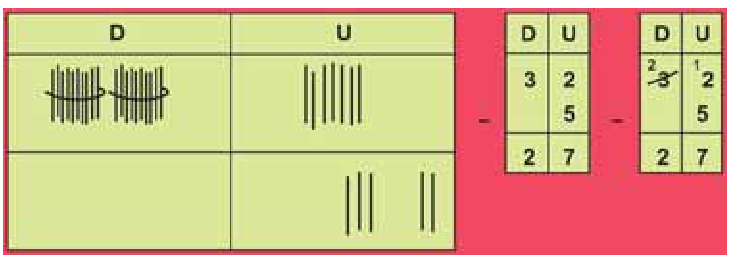
Esse é um bom momento para ajudá-los a perceber que o número representado continua sendo o mesmo (32). A decomposição é que mudou: a forma inicial (3 dezenas e 2 unidades) foi alterada para: 2 dezenas e doze unidades.

Pergunte aos alunos:

- *"O número mudou?"* (não) *"Então, o que mudou?"* (a forma de decompor)
- *"Quantas unidades estão agora registradas na primeira ordem?"* (12)
- *"E agora, podemos tirar 5 unidades de 12 unidades?"* (sim)
- *"Com quantas unidades ainda ficamos?"* (7)
- *"Com quantas dezenas ainda ficamos?"* (2)

Bem, agora é possível retirar 5 palitos dos que ficaram na ordem das unidades e o material fica com a disposição mostrada no quadro ao lado

Observe que o registro escrito dos passos da operação pode ou não incluir a passagem na qual uma dezena foi desagrupada em 10 unidades.



Varie os materiais de contagem, pois isto ajuda o aluno a compreender o processo sem se fixar no material, o que possibilitará a necessária abstração.

TI 2

Para ilustrar o uso de um outro material, vamos subtrair 17 de 35.
Faça você as etapas, utilizando o QVL e, por exemplo, o material dourado.

O uso de material concreto facilita bastante a compreensão dos algoritmos e ajuda a consolidar a aprendizagem das características de nosso sistema de numeração. Numa etapa seguinte, você pode propor exemplos nos quais o zero aparece na casa das dezenas, como tirar 25 de 208. Você poderá verificar como o uso de material concreto ajuda em situações como esta que costuma ser considerada difícil na operação de subtração.

TI 3

Faça você mesmo as etapas da subtração 208–25, usando o QVL e uma representação de material concreto.

Destacamos que a professora ou o professor deve, sempre que possível, conhecer e apresentar aos alunos mais de um procedimento. Possibilitar ao aluno a chance de experimentar diferentes ações é fundamental para que ele desenvolva o senso crítico e tenha o direito de escolher a estratégia com a qual mais se identifica, ou aquela que possibilita compreender melhor o que está fazendo. Muitas vezes, uma criança com dificuldade de compreender um procedimento ou conceito, resolve este obstáculo inicial quando é apresentada a outros caminhos ou formas de raciocinar. Assim, sugerimos que você pesquise sobre como as ações de comparar e completar podem auxiliar o desenvolvimento de estratégias de cálculo para efetuar uma subtração.

Parte 2: A multiplicação e a divisão

Seção 1: As operações de multiplicação e divisão

Os conceitos ligados à multiplicação, como os de adição, são fundamentais para o desenvolvimento de muitos outros conceitos aritméticos. Caso não domine o conceito da operação, a criança conseguirá, no máximo, memorizar os fatos básicos e realizar de forma mecânica o algoritmo posteriormente. A dificuldade nesta memorização será muito grande e a insegurança ficará clara diante de um problema: quando ela não for capaz de se decidir sobre qual operação realizar. Da mesma forma, os conceitos relacionados com a divisão de números naturais desempenharão um papel decisivo nas aprendizagens de outros tópicos da Matemática, como os conceitos de números fracionários e decimais.

Atividades que levam à formação de um conceito devem ser baseadas em experiências concretas, nas quais os alunos terão oportunidade de construir e, com o tempo, aperfeiçoar e transferir tais conceitos. A professora ou o professor deve proporcionar à criança múltiplas oportunidades de trabalho com material concreto para que ela chegue à representação de seus fatos básicos, compreendendo o significado da operação.

TI 4

A criança, antes mesmo de ter iniciado o estudo das operações de multiplicação e divisão, já pode ter contato com problemas que possam ser resolvidos apenas por adição e subtração, mas que já tragam algumas das idéias necessárias para conceituar as novas operações. Exemplifique uma atividade que prepare para a multiplicação e uma que prepare para a divisão.

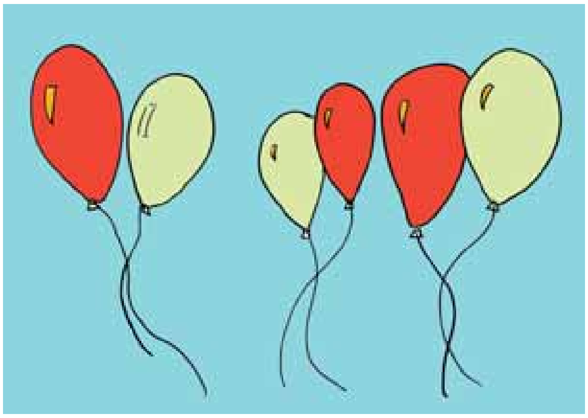
Seção 2: Ações associadas às operações de multiplicação e divisão

A **multiplicação** de dois números naturais pode ser trabalhada sob dois enfoques:

a) como adição de parcelas iguais

Por exemplo:

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2$$

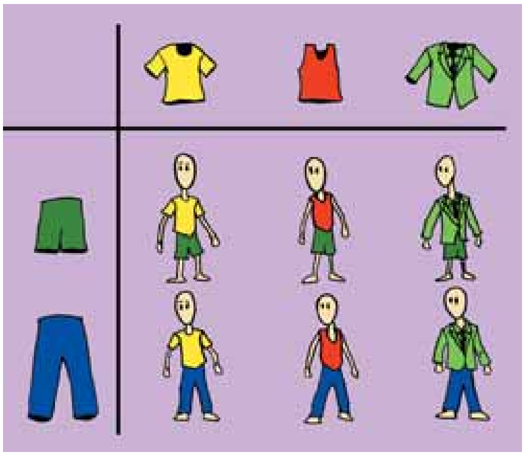


b) como raciocínio combinatório, no qual verificamos quantas possibilidades existem de formar pares com duas coleções

Por exemplo:

- *"Se um menino tem 2 calças e 3 camisas, de quantas maneiras ele poderá se vestir?"*

2 x 3 = 6



Considerando, porém, que o enfoque da multiplicação como adição de parcelas repetidas é mais natural, a professora ou o professor deve inicialmente se prender a experiências deste tipo.

TI 5

Pesquise em livros didáticos e apresente pelo menos dois exemplos de situações-problema envolvendo o raciocínio combinatório. Para cada um deles, monte um esquema de solução.

A **divisão** também tem dois enfoques. De início, a criança será levada a explorar apenas a chamada *divisão-repartição*, para chegar depois à *divisão-comparação* ou *medida.*

a) Divisão *repartição*:

A ação de repartir se encontra em situações nas quais é conhecido o número de grupos que deve ser formado com um certo total de objetos, e é preciso determinar a quantidade de objetos de cada grupo.

Por exemplo:

"12 lápis precisam ser separados em 4 subconjuntos iguais. Quantos lápis haverá em cada subconjunto?"

b) Divisão *comparação* ou *medida*:

Ações que envolvem este tipo de divisão são encontradas em situações nas quais é preciso saber quantos grupos podemos formar com um certo total de objetos, sendo conhecida a quantidade que cada grupo deve ter.

Por exemplo:

"12 lápis serão separados em subconjuntos de 3 lápis cada um. Quantos conjuntos serão feitos?"

Em atividades de *divisão-repartição*, a criança sabe, por exemplo, que deve distribuir os 12 lápis em 4 caixas ou pelos 4 cantos da mesa. Isto permite a aplicação de uma estratégia simples: ela pode distribuir 1 lápis de cada vez, até que os lápis se esgotem. Após esta ação ela verifica, então, quantos lápis ficaram em cada caixa ou canto da mesa. Já na *divisão-comparação*, a criança tem os mesmos 12 lápis sobre a carteira e sabe que deve formar grupinhos de 3 lápis. Ela deverá aplicar outra estratégia: separar seu material de 3 em 3 e verificar, ao final da atividade, "quantos cabem", ou seja qual a quantidade de grupos formados.

TI 6

Pesquise em livros–texto e apresente pelo menos dois exemplos de situações–problema envolvendo a divisão-comparação. Para cada um deles, monte um esquema de solução.

Seção 3: Sugestões de Atividades

- ***A Bota de Muitas Léguas***

Material necessário:

Folha com várias retas numéricas e dois conjuntos de cartões numerados (inicialmente use apenas números de 1 a 5 – em um segundo momento, acrescente valores maiores).

Proponha (ou explore um conto):

- *"Vamos, agora, brincar com uma bota mágica."*

- *"É uma bota imaginária que dá pulos do comprimento que quisermos"*.

Peça a um aluno que sorteie um cartão numerado. Este primeiro número sorteado indica o número de pulos que a "bota" dará.

Peça a outro aluno que sorteie um cartão numerado. Este segundo número sorteado indica o comprimento de cada pulo.

Inicialmente, desenhe uma "reta" graduada no chão (ou use uma faixa de papel graduada). Um terceiro aluno, brincando de ter calçado a bota, dará os pulos sobre a "reta", e a turma verificará o número no qual ele parou.

Você pode dividir a turma em duas equipes e propor que disputem quem calçou a bota que levou mais longe.

Por exemplo:

Equipe A	Equipe B
Número de pulos: 2	Número de pulos: 4
Comprimento do pulo: 3	Comprimento do pulo: 2

Neste exemplo, ganha a equipe B, cujo representante, partindo do zero chegou ao 8, um número maior do que 6, que corresponde ao valor atingido pela equipe A partindo do zero.

TI 7

Aplique uma atividade como esta em sua turma e faça um pequeno relato dos resultados.

• Usando a reta numérica e a Bota de Muitas Léguas

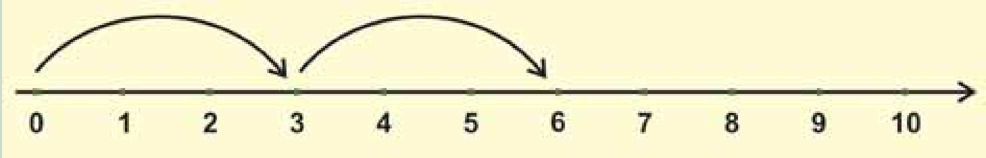
a) Primeiro tipo de atividade

Distribua as folhas com as retas numéricas para que os alunos representem os pulos da "bota" utilizando flechas e depois verifiquem **em que número a "bota" chegou**. (Uma folha pode conter várias retas numéricas, uma para cada jogada).

Peça aos alunos que façam o sorteio de dois cartões (ver atividade anterior) e digam para a turma o número de pulos (1º sorteio) e o comprimento do pulo (2º sorteio).

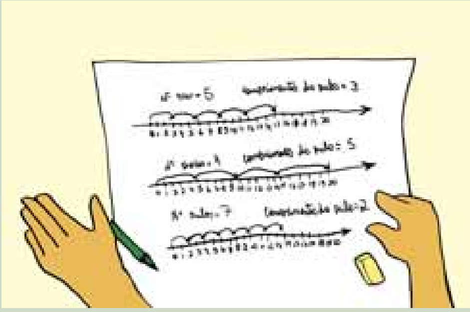
Espere que todos os alunos representem a multiplicação em uma das retas numéricas de suas folhas e comente com eles os resultados, antes da próxima jogada.

Nas primeiras jogadas, desenhe no quadro-de-giz alguns movimentos da "bota" para orientar seus alunos. Por exemplo, se o primeiro cartão sorteado for 2 (quantidade de pulos) e o segundo for 3 (tamanho do pulo), represente e oriente seus alunos a perceberem que: *"As flechas dizem que duas vezes três é igual a seis"*.



Você pode aumentar o conjunto de cartões, para introduzir outros fatos básicos, lembrando que as retas devem ser numeradas com todos os resultados possíveis.

Por exemplo, se você utilizar cartões numerados até 9, a reta deve ser numerada do zero até 81.



TI 8

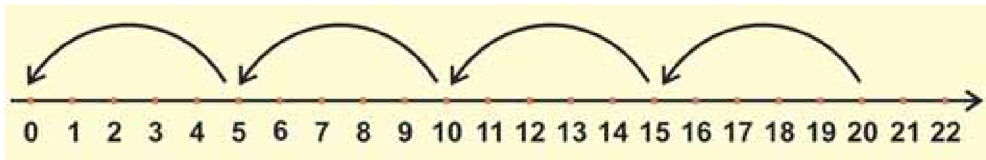
Aplique uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

b) Segundo tipo de atividade

Combine com seus alunos uma nova estratégia para o jogo.

Agora, um aluno vai sortear um número, que indicará o comprimento do pulo que a "bota de muitas léguas" pode dar, e você (professora ou professor) dirá um número da reta (múltiplo do número sorteado) onde a "bota" está parada esperando para voltar ao zero (ponto de partida). O jogo é descobrir **quantos pulos a "bota" precisa dar**.

Por exemplo: Um aluno sorteia o número 5 e todos anotam o comprimento do pulo: 5. Então você informa à turma que a "bota" está esperando para voltar, por exemplo, no número 20 (que é múltiplo de 5). Os alunos circundam o número 20 na reta e representam os movimentos, agora em sentido contrário.



TI 9

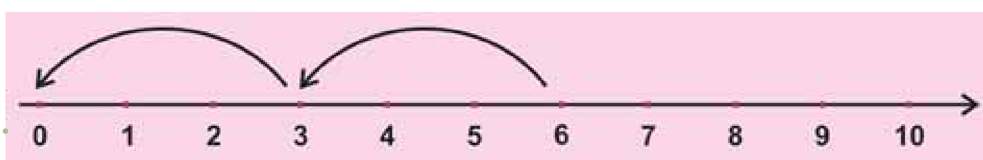
Aplique uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

Quando as crianças já souberem encontrar, sem erro, o número de pulos (de um comprimento sorteado) necessários para voltar do ponto que você escolher, poderão passar para um novo desafio, como o da atividade que apresentaremos a seguir:

c) Terceiro tipo de atividade

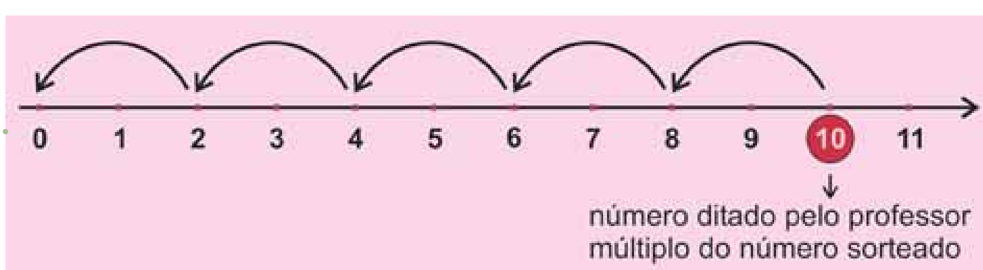
Desenhe no quadro-de-giz uma das situações representadas na atividade anterior e diga aos alunos que, agora, flechas em sentido contrário dizem:

- *"No comprimento 6 há 2 pulos de comprimento 3"*.



Faça outros exemplos e depois repita esta atividade, acrescentando um registro abaixo de cada reta.

Por exemplo:



Comprimento do pulo: 2 (número sorteado) - Número de pulos: 5

No comprimento 10 "cabem" 5 pulos de comprimento 2. Aos poucos, você poderá ir substituindo esta frase pelos símbolos matemáticos convenientes, **10 ÷ 2 = 5** ou **10 ÷ 5 = 2**.

TI 10

Aplique uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

Seção 4: O algoritmo da multiplicação

Dividiremos a etapa de aprendizagem do algoritmo da multiplicação em três estágios. Trabalhar com os alunos diferentes registros e representações pode ajudá-los a compreender as regras do algoritmo. Como na adição e na subtração, enfatizamos que o algoritmo (às vezes chamado de "conta em pé") só precisa começar a ser utilizado para multiplicações nas quais um dos fatores tem mais do que um algarismo. Multiplicações entre números de apenas um algarismo são fatos básicos (tabuada) e o algoritmo não ajuda a encontrar seu resultado.

1° estágio – Observe como podemos representar a multiplicação de 36 por 4.

Faça a seguinte arrumação na conta:

$$\begin{array}{rl} & 30 + \;\;6 \\ \times & \qquad\;\; 4 \\ \hline & 120 + 24 \longrightarrow 144 \end{array}$$

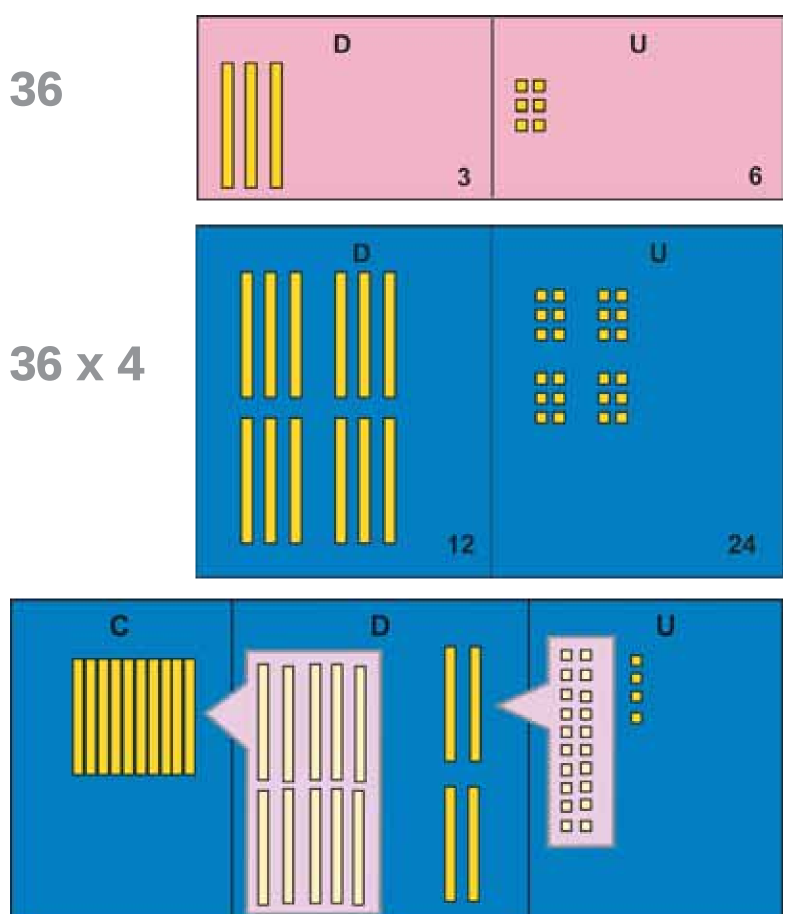
Pergunte aos alunos:

- "Que resultado obtivemos depois que multiplicamos 4 por (30+6)?"

- *"O que precisamos fazer com os resultados 24 e 120 para encontrar o resultado desta multiplicação?"*

O aluno deve concluir que é preciso somar estes dois resultados parciais, recorrendo ao algoritmo da adição.

Com apoio de material concreto você pode ajudar seus alunos a compreenderem que multiplicamos 6 unidades por 4 e 3 dezenas também por 4 e que, depois, juntando os resultados encontrados (120 e 24) chegamos ao resultado, 144.



A partir destas experiências, resta apenas associá-las ao registro formal do algoritmo da multiplicação, escrevendo os resultados parciais de forma conveniente para o uso do algoritmo da adição.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 24 \\ 120 \\ \hline 144 \end{array}$$

2° estágio – Incentive o cálculo mental

Nesse estágio, a criança já deve ter fixado todo o desenvolvimento do processo para que possa efetuar mentalmente algumas operações.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 32 \\ \times\ \ 6 \\ \hline 192 \end{array}$$

Por exemplo:

Para multiplicar 32 por 6, efetue a operação com a criança, mostrando que ao multiplicarmos o 6 por 2, escrevemos como resultado parcial apenas as duas unidades, guardando mentalmente a dezena do produto 12. Explique que esta dezena será adicionada às outras dezenas do produto, quando multiplicarmos as 3 dezenas por 6.

3° estágio – Multiplicação por números de dois dígitos

Nesta última etapa, veremos o algoritmo da multiplicação de dois números, cada um deles representado no SDN por dois algarismos. Neste momento, as crianças já devem ter uma base para aprender o algoritmo, o que inclui um mínimo de novas técnicas.

Por exemplo:

Vamos calcular o produto de 43 por 27.

Iniciamos por fazer o produto 7 x 43.

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 301 \end{array}$$

Faça essa etapa com as crianças, mostrando que estamos multiplicando sete unidades por 43 e que o processo é igual ao da etapa anterior.

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times\ 27 \\ \hline 301 \\ +\ 86\ \ \\ \hline 1161 \end{array}$$

Efetue, agora, o produto das duas dezenas que será adicionado ao produto das unidades. Dê muita ênfase ao valor do 2 no número 27, ou seja, enfatize que ele representa 2 dezenas; logo, nessa segunda multiplicação, estaremos multiplicando o 3 por duas dezenas e obteremos 6 dezenas, que devem ser colocadas na ordem das dezenas. Em seguida, mostre que ao multiplicarmos as duas dezenas por 4 dezenas acharemos 8 centenas, as quais devem ser colocadas na ordem das centenas.

O desenvolvimento deste algoritmo deve ser feito através de muitos e variados exercícios.

TI 11

Desenvolva as etapas do primeiro estágio para o produto 67 x 8

Seção 5: O algoritmo da divisão por subtrações sucessivas

O processo das **subtrações sucessivas** é uma opção para se efetuar a divisão, e tem como ponto de partida a relação que existe entre a subtração e a divisão. Optamos por apresentá-lo neste fascículo para enriquecer e ampliar seu conhecimento sobre a divisão. Consideramos que este algoritmo também é uma boa opção para alunos que tenham dificuldades na compreensão e utilização do algoritmo da divisão, apresentado através dos processos longo e abreviado. Quando o processo das subtrações sucessivas é bem explorado, a criança consegue efetuar as etapas necessárias com segurança e estabelece mais facilmente relações com o algoritmo longo da divisão, o que contribui para a compreensão de todo o processo.

Apresente o esquema do algoritmo (escreva apenas o 18 e o 3) e converse sobre a forma como ele se apresenta. Paralelamente, dê 18 objetos para os alunos e peça que formem grupos de três elementos. Peça que tirem um grupinho de três elementos de cada vez, e pergunte.

18	3
− 3	1
15	
− 3	1
12	
− 3	1
9	
− 3	1
6	
− 3	1
3	
− 3	1
0	

- *“Quantas vezes você tirou grupos de três elementos?”* (6)

Numa primeira apresentação do algoritmo pelo processo das subtrações sucessivas registre com seus alunos cada uma das vezes que retirarem um conjunto de 3 elementos, fazendo perguntas que relacionem a ação sobre os objetos e o registro.

- *“Como descobriremos quantos objetos você retirou, se você retirou uma vez 1 conjunto?”* (multiplicando 1 por 3).

- *“Quantos objetos você tirou?”* (3).

- *“Que devo fazer para saber com quantos objetos você ficou?”* (subtrair 3 de 18).

- *“Posso continuar tirando grupos de três, agora que tenho 15 objetos?”* (sim) ... continue ...

- *“Agora, que você não pode mais tirar nenhum grupo de 3, responda: quantas vezes você tirou um conjunto de três?”* (6)

- *“Que operação você fez para achar essa quantidade?”* (adição dos “uns”)

Observação: repita as perguntas até se esgotarem todas as possibilidades de se retirarem grupos de três, observando as quantidades restantes e fazendo o registro no algoritmo depois de cada pergunta; não o apresente pronto como está ilustrado acima.

Depois de algumas atividades como esta e entendido o processo, pergunte:

- *“Será que é necessário tirar apenas **um grupo de três** de cada vez?”*

Peça que os alunos peguem outra vez 18 objetos e que formem alguns grupos de 3 para retirar de uma só vez. Vamos “fazer de conta” que um aluno sugira começar tirando 4 grupos de 3 objetos de 18.

Registre:

18	3
	4

18	3
− 12	4
6	

- *“Quantas vezes você tirou grupos de 3 elementos?”* (4)

- *“Que operação você deve fazer para saber quantos objetos tem que retirar?”* (multiplicar 4 por 3)

- *“Que operação você tem que fazer para saber quantos objetos sobraram?”* (subtrair 12 de 18)

A cada passo, continue registrando no quadro o que se faz concretamente:

18	3
– 12	4
6	
6	2
0	

- *"Quantos objetos você tem agora?"* (6)

- *"Com essa quantidade você ainda pode formar conjunto de 3?"* (posso)

- *"Quantos?"* (2) *"Então, quantas vezes você vai retirar um conjunto de 3?"* (duas)

- *"Que operação você* deve *fazer para saber quantos objetos retirou?"* (2 x 3)

- *"Que operação você deve fazer para saber quantos objetos sobraram?"* (6 – 6)

- *"Quantos objetos você tem agora?"* (nenhum)

- *"É possível fazer novos grupos de 3?"* (não)

- *"Que operação você deve fazer para calcular o número total de vezes em que você retirou grupos de 3, de 18?"* (4 + 2)

Só depois que as crianças estiverem familiarizadas com a técnica do algoritmo, que se baseia em subtrações repetidas, e utilizarem os fatos básicos já conhecidos, é que estarão prontas a aprender situações mais complexas da divisão, como por exemplo, uma divisão de 86 por 5.

Escreva no quadro-de-giz:

86	5

Pergunte:

- *"Alguém sabe quantos grupos de 5 temos no número 86?"* (vamos supor que tenham dito 8)

- *"Vamos ver se está correta a resposta. Quantos grupos de 5 você formou?"* (8)

- *"Que operação você deve fazer para saber quantos objetos você tem que retirar?"* (multiplicar 8 por 5)

- *"Que operação você tem que fazer para saber quantos objetos sobraram?"* (subtrair 40 de 86)

86	5
– 40	8
46	

- *"Quantos objetos você tem agora?"* (46)

- *"Com essa quantidade, você ainda pode formar grupos de 5?"* (posso)

- *"Quantos?"* (supor que tenham sido 7)

- *"Quanto você vai retirar de 46 então?"* (7x5 = 35)

- *"Que operação você deve fazer para saber quantos objetos sobraram?"* (subtrair 35 de 46)

86	5
– 40	8
46	
– 35	7
11	

- *"Quantos objetos você tem agora?"* (11)

- *"É possível ainda fazer grupos de 5?"* (sim)

- *"Quantos?"* (a criança a essa altura deve perceber que, com 11, só é possível fazer 2 grupos de 5)

86	5
− 40	8
46	
− 35	7
11	
− 10	2
1	17

- “*Quantas vezes você retirou agora um conjunto de 5?*” (duas)

- “*Que operação você deve fazer agora para saber quantos objetos sobraram?*” (subtrair 10 de 11)

- “*Quantos objetos você tem agora?*” (1)

- “*É possível ainda fazer grupos de 5?*” (não)

- “*Que operação você deve fazer para calcular o número total de vezes em que você retirou grupos de 5, de 86?*” (adicionar 8, 7 e 2, obtendo 17)

TI 12

Faça a divisão de 137 por 8 por subtrações sucessivas. Pense em grupos para formar que facilitem suas contas. A partir de suas escolhas, pense em sugestões que você pode oferecer aos alunos para facilitar a tarefa deles.

Observação importante: Pelo processo das subtrações sucessivas, também fica fácil convencer seu aluno que o resto de uma divisão nunca pode ser igual ou maior que o divisor, pois, caso contrário, ainda seria possível fazer mais uma subtração. A criança pode e deve chegar, ela mesma, a essa conclusão.

Bibliografia para a professora e para o professor

BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas*: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME-USP, 1996.

CARDOSO, V. C. *Materiais didáticos para as quatro operações*. São Paulo: IME-USP, 1996.

CENTURIÓN, Marília. *Números e Operações*. São Paulo: Scipione, 1995.

IMENES, L. M. *Brincando com números*. São Paulo: Editora Scipione, 2000, Coleção vivendo a matemática .

__________. *Problemas curiosos*. São Paulo: Scipione, 1991, Coleção vivendo a matemática.

KAMII, C., DECLARK, G. *Reinventando a aritmética*. Campinas: Papirus, 1988.

JAKUBOVIC, J. *Par ou ímpar*. São Paulo: Editora Scipione, 1990, Coleção vivendo a matemática

NEHRING, C.; PIVA, C. *Orientações metodológicas para construção da operação de multiplicação*. IJUÍ: UNIJUÍ, 1998.

NUNES, T., BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

PACHECO, E.; BURGERS, B. *Série Problemas*. (Problemas à vista; Problemas? Eu tiro de letra!; E aí, algum problema?; Vai um probleminha aí). São Paulo: Editora Moderna, 1998.

SANTOS, V. M., REZENDE, J. F. Números: linguagem universal. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, projeto fundão, 1997.

SMOLE, K. C. S. DINIZ, M. I., CANDIDO, P. Resolução de problemas. Porto Alegre: ArtMed, 2000. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).

STIENECKER, D. L.;WELLS, A. Coleção Problemas, jogos e enigmas (Números; Adição; Subtração; Multiplicação; Divisão; Frações). Tradução de Suzana Laino Cândido. São Paulo: Editora Moderna, 1998.

Revistas Interessantes

Educação Matemática em Revista. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)
Revista Superinteressante, Editora Abril.
Revista Globo Ciência, Editora Globo.
Revista Nova Escola, Fundação Victor Civita.

Sites Interessantes

http://www.q10.com.br/matematicahoje/
http://www.educar.sc/matematica/index.html
http://www.calculando.com.br/jogos
http://www.tvebrasil.com.br/salto

Pró Letramento

Matemática

Espaço e Forma

fascículo 3

Berenice Schwan Ledur
Fernanda Wanderer
Josaine de Moura Pinheiro
Julia Hennemann
Maria Helena Selbach Enriconi
Rosane Wolff

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS

Sumário

Apresentação do Fascículo 3

Para organizar este fascículo, voltado ao estudo de *espaço e forma*, recorremos às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), de onde destacamos os seguintes aspectos conceituais e procedimentais:

• localização e movimentação no espaço a partir de diferentes pontos de referência;

• observação e reconhecimento de formas geométricas presentes na natureza e nos objetos criados pelo ser humano;

• exploração e criação de situações que envolvam formas geométricas.

A exploração do tema busca respeitar as diferentes manifestações da cultura. Procuramos problematizar os espaços de convivência e a Geometria presente nos diferentes ofícios e também nas produções artísticas.

Além de propor situações para estudo e discussão, este trabalho pretende promover a reflexão a respeito do que já vem sendo realizado por você, professor ou professora, na escola. Por isso, sua participação neste estudo é fundamental, socializando experiências em que você obteve sucesso, bem como trazendo questões em que você encontrou dificuldades. Acreditamos que estas práticas e o seu envolvimento com este trabalho possam qualificar sua ação docente.

O presente fascículo está organizado em um roteiro de trabalho a ser desenvolvido em grupo e outro individual. Este último está subdividido em três partes: as duas primeiras retomam e ampliam as questões do trabalho em grupo; a terceira parte encaminha a discussão sobre frações, tema do fascículo 4. Cada uma delas é constituída de seções com tarefas e questões que você realizará em casa para depois partilhar com seus colegas de grupo e tutor.

Desejamos que este estudo, além de colaborar com o aperfeiçoamento de sua prática docente, seja prazeroso, contribuindo para o seu crescimento pessoal.

Bom trabalho!

Fascículo 3 - Espaço e Forma

Roteiro de trabalho para o terceiro encontro

Pensando juntos

Estudamos anteriormente os números naturais e seu uso no dia-a-dia. Da mesma forma, a nossa localização e orientação nos espaços cotidianos podem se constituir em objeto de estudo, fazendo uma preparação para representações do espaço, de forma que seja possível identificar figuras geométricas.

Questão 1: Em suas aulas de matemática, vocês exploram a localização e a orientação do aluno em algum espaço do cotidiano?

Trabalhando em grupo

Tarefa 1

Construindo a maquete

Para a realização desta primeira tarefa, serão necessários os seguintes materiais: quatro folhas em tamanho ofício justapostas, compondo uma nova folha, com dimensões de aproximadamente 42 cm x 60 cm; embalagens diversas como, por exemplo, caixinhas e latinhas, além de canetinhas ou lápis coloridos.

Sobre esta folha de papel vamos dispor estas embalagens que poderão representar um espaço de convivência com casas, igreja e escola ou também equipamentos como automóveis, brinquedos ou bancos de praça. Lembramos que no trabalho com crianças dos primeiros anos do ensino fundamental, a preocupação com a escala não é tão rigorosa. Ou seja, nem sempre as crianças têm preocupação com que a maior caixinha represente o maior prédio do espaço representado. Já vocês professores, no trabalho com o grupo de estudos, podem dar maior atenção à escala. Para demarcar os caminhos, ruas, calçadas, esquinas, canteiros e jardins ou demais detalhes que o grupo considerar importantes, usem as canetinhas e os lápis com muita criatividade, procurando transformar esta composição numa bela maquete.

Agora vamos fazer uma exploração de localização e orientação por meio de deslocamentos nesta maquete. Um dos componentes do grupo escolhe um ponto de partida e um ponto de chegada e outro colega do grupo dá as orientações de um possível trajeto para um deslocamento de um ponto ao outro, dizendo, por exemplo: Ande duas quadras para frente, dobre à direita e ande mais três quadras para frente.

Questão 2: Que cuidados aquele que dá a orientação precisa tomar? Escolhendo o mesmo trajeto, a tarefa de dar a orientação é mais complexa para o colega que está ao lado ou para o colega em frente? Por quê?

Tarefa 2

Trabalhando com a representação do espaço de convivência

Para dar continuidade à tarefa, a base dos "prédios" será contornada com uma canetinha ou um lápis, ficando representados diferentes polígonos. Atenção: Não se esqueça de identificar nos polígonos os "prédios" que estes representam. As embalagens serão retiradas para serem utilizadas posteriormente na 3ª tarefa, ficando apenas representado, no plano, o espaço de convivência, visto de cima.
Quadriculando esta representação, é possível transpô-la para uma folha de papel quadriculado de tamanho menor. Este trabalho de transpor de um quadriculado maior para um quadriculado menor, mantendo a localização do traçado da base dos prédios, será uma redução da representação inicial. Esta redução manterá a proporcionalidade entre as representações.
Se o primeiro quadriculado é composto por quadrados de 3cm de lado e o segundo quadriculado, para onde vamos transpor a figura, é composto por quadrados de 1cm de lado, estamos trabalhando com uma redução. A razão entre as medidas do desenho e as medidas originais, ambas expressas na mesma unidade, denominamos de escala. No nosso exemplo, a razão 1:3 (lê-se um para três) significa que cada 1cm no novo desenho está representando 3cm da figura original.

Questão 3: Na realização da tarefa, qual foi a escala utilizada?

Questão 4: Em que outras situações se faz uso de escala?

Questão 5: O que significa uma escala de ampliação?

Atividade em dupla

De posse da representação do espaço de convivência, dê orientações para o deslocamento, por exemplo, a partir da escola, supondo que esta faça parte deste espaço. Ao final destas orientações, pergunte ao colega qual é o ponto de chegada. Esta atividade de movimentação pode ser enriquecida com a inserção de novas condições como, por exemplo, não permitir a passagem por uma determinada rua.

Tais experiências não convencionais em matemática merecem ser realizadas, pois se constituem em situações vivenciadas por todos nós e que, nesta tarefa, receberam um tratamento geométrico.

Tarefa 3

Classificação de sólidos geométricos

Retomando as embalagens utilizadas anteriormente na maquete, propomos que estas sejam agrupadas segundo critérios estipulados pelos participantes deste estudo.

Questão 6: Quais foram os critérios adotados pelo grupo para separação das embalagens? Quantos agrupamentos formaram?

Na continuidade, propomos a separação das embalagens em apenas dois grupos, numa tentativa de se chegar aos que “rolam” e “não rolam”. Em outras palavras, deseja-se identificar dois grupos de sólidos geométricos: os corpos redondos (que rolam) e os poliedros (que não rolam).

Nesta tentativa, podem surgir dificuldades em relação à classificação de objetos redondos e poliedros, uma vez que se faz uso do termo "rolar lápis" para um lápis sextavado que não é um corpo redondo. Para contribuir com essa discussão, sugerimos que as crianças sejam incentivadas a perceberem as diferenças entres estes objetos por meio do tato. Ao comparar a superfície dos objetos, através do tato, ela também tem condições de fazer esta classificação.

É importante a percepção de que existem objetos que se assemelham a cilindros, cones, cubos, prismas e pirâmides que ajudam a reconhecer o uso da geometria no cotidiano para nomear objetos, percebendo suas propriedades.

Observando os poliedros, é possível identificar que as faces que os compõem são figuras planas. Cada colega do grupo pode escolher um poliedro para contornar com lápis ou caneta, reproduzindo no papel, em desenho, suas faces. Denominamos estas faces de polígonos. Lembramos que o termo "polígono" advém do idioma grego e quer dizer muitos (poly) e ângulos (gon)

Caso seja de interesse do grupo, pode-se aprofundar a nomenclatura das figuras geométricas planas e espaciais. No entanto, cabe ressaltar que este não é o foco de estudo dos anos iniciais. Nessa tarefa, o objetivo foi partir do espaço que é de domínio de todos nós para, posteriormente, introduzir a Geometria plana, por meio de suas propriedades.

Texto para Leitura - A importância do ensino da Geometria nos anos iniciais

Os sentidos atribuídos ao ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de um modo geral, estão vinculados a aplicação de fórmulas, a desenhos (em preto e branco) de figuras geométricas e a exploração de teoremas, constituindo-a como um conjunto de “verdades eternas” sem relações com a cultura dos estudantes. Talvez tais concepções estejam presentes entre nós pelo fato de a Geometria ter estado praticamente excluída de nossa trajetória escolar, ou então por ter sido pouco enfocada – ainda encontramos livros didáticos que exploram esta área apenas nos capítulos finais, gerando a noção de que é um estudo para “o final do ano letivo”, pouco relevante para a formação dos estudantes.

Cabe assinalar que a Geometria ensinada nas escolas se sustenta, de um modo geral, na denominada “Geometria Euclidiana”, produzida pelo matemático grego Euclides (em 300 a.C., aproximadamente), o qual buscava sistematizar o saber geométrico através da enunciação de definições, postulados e axiomas para a dedução de teoremas. Este sistema constitui-se, então, no modelo capaz de gerar e classificar os saberes geométricos, os quais, uma vez “provados”, passam a ser considerados como “verdadeiros” e inquestionáveis. A Geometria escolar, baseada no modelo euclidiano, também passa a agregar conhecimentos tidos como universais e absolutos, como se pré-existissem às culturas dos professores e estudantes.

Outra característica marcante no ensino da Geometria, influenciada também pelo sistema euclidiano, é a linearidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), nesta direção, destacam que a concepção linear ainda está muito presente nas práticas pedagógicas desta área ao privilegiar o trabalho centrado na seqüência: ponto, reta, linhas, figuras planas e, posteriormente, os sólidos geométricos. Tal seqüência se contrapõe, geralmente, às experiências vivenciadas pelos estudantes na exploração do espaço em que vivem. Desde cedo, as crianças manipulam muitos objetos geométricos (como bolas, caixas, latas) e, posteriormente, centram sua atenção às figuras geométricas planas, vértices e arestas que os compõem, mostrando o quanto a seqüência estipulada pela escola caminha na direção oposta à da vida.

Buscando justamente romper com as marcas da linearidade e aridez que ainda caracterizam muitas práticas pedagógicas na área da Educação Matemática, principalmente na Geometria, enfatizamos a relevância de uma educação geométrica capaz de auxiliar nossos estudantes no entendimento do ambiente que os cerca, aguçando sua percepção para examinar e organizar o próprio espaço que habitam. Como enfatiza Fonseca et al. (2001), antes de freqüentarem a escola, os estudantes já exploram o espaço e detêm um conhecimento sobre o mesmo – através de suas brincadeiras e da própria construção de brinquedos, de passeios realizados e também quando auxiliam seus familiares em alguma atividade de trabalho – cabendo a você, professor ou professora, ampliar e sistematizar estes saberes para que “a criança melhore sua percepção espacial, visual e tátil, identificando as características geométricas desse espaço, apreendendo as relações espaciais entre objetos nesse espaço” (IBIDEM, p. 47).

Você, professor ou professora, poderia então se questionar: Por que ensinar Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Qual é a relevância de uma educação geométrica? Para sinalizar algumas respostas, no sentido de aprofundarmos uma discussão e reflexão sobre nossas próprias práticas pedagógicas, acompanhamos Fonseca et al. (2001) quando problematizam tais questões. Para as autoras, além da dimensão utilitária como a resolução de problemas da vida cotidiana, o estudo da Geometria se torna importante também como meio de facilitar as percepções espaciais dos estudantes, contribuindo para uma melhor apreciação das construções e dos trabalhos artísticos, tanto dos seres humanos quanto da natureza.

Finalizamos destacando a relevância de proporcionarmos práticas pedagógicas centradas no estudo e na exploração do ambiente que nos cerca, fazendo uso, então, de conhecimentos geométricos. Para isto, além de enfocarmos os saberes presentes nos livros didáticos, poderemos enfatizar, analisar e problematizar aqueles gerados pelos próprios estudantes e seus familiares nas diferentes práticas sociais que produzem e que envolvem noções geométricas. Desta forma, estaremos inserindo na escola, não só outros saberes matemáticos que enriquecem nossas práticas pedagógicas, mas, principalmente, elementos da cultura e da vida de nossos estudantes.

Nossas conclusões

Para preparar coletivamente um relatório deste dia de trabalho, não se esqueça de discutir:

• Pontos a destacar na proposta de trabalho realizada;

• Uma breve avaliação do trabalho do grupo.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entregue este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 3 - Espaço e Forma

Roteiro de trabalho individual

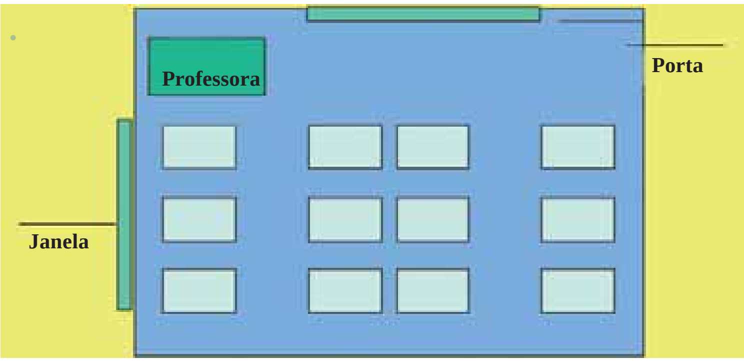
Parte 1: Explorando Localização e Orientação

Nesta etapa em que o trabalho é individual vamos abordar algumas idéias sobre localização e orientação que talvez já tenham sido discutidas em grupo, mas que serão retomadas a fim de colaborar no aprofundamento das mesmas para que sejam utilizadas em sala de aula.

Queremos sugerir que, na medida em que as tarefas forem executadas, sejam realizados apontamentos a respeito de dúvidas, novas idéias, sugestões e críticas para serem partilhadas com o tutor e colegas no próximo encontro de grupo.

Seção 1: Atividades de Localização e Orientação

A figura abaixo ilustra uma possível organização de uma sala de aula vista de cima.



Na figura, queremos localizar onde sentam alguns alunos, conhecendo as seguintes informações:

• João é o que senta mais longe da professora;

• Ana senta em frente à mesa da professora;

• André e Felipe sentam-se lado a lado;

• Carlos senta-se longe de João e ao lado da janela;

• Maria senta-se próxima à porta;

• Joana senta-se à frente de João e bem próxima de Felipe;

• Júlia senta-se atrás do Carlos;

• Rosa e Pedro sentam-se em frente ao quadro, sendo que Rosa se senta mais perto da professora do que Pedro;

Sabendo que Camila se senta ao lado de João, onde se senta Fabiane?

Nesta atividade, além de trabalharmos as idéias de *perto, longe, ao lado, em frente e atrás,* algumas informações envolveram a relação com dois referenciais, como, por exemplo, quando afirmamos que Carlos se senta longe de João e ao lado da janela.

TI 1

A seguir sugerimos que você professor selecione uma das alternativas para realização da tarefa:

Alternativa 1: Represente a sua sala de aula e forneça as informações necessárias para que seus colegas de grupo identifiquem a posição onde sentam seus alunos. Sugestão: Que tal pedir ajuda a seus alunos para a elaboração destas informações? Cada um dos alunos pode fornecer as informações a respeito de sua localização.

Alternativa 2: Busque um guia de ruas (planta baixa) de sua cidade ou de seu bairro e transponha para o papel quadriculado algumas ruas e pontos de referência importantes para a comunidade (Agência de Correios, Igrejas,...). A partir desta representação e utilizando as idéias de perto, longe, em frente, atrás, peça aos colegas que localizem algum prédio por você selecionado.

Seção 2: Representações por meio de vistas

Na tarefa da seção anterior, a sala de aula está sendo representada vista de cima. Nesta seção, vamos explorar as representações com diferentes vistas.

Vamos iniciar com duas embalagens dispostas conforme a figura abaixo:

TI 2

No papel quadriculado, represente as vistas de cima, de frente e lateral da figura.

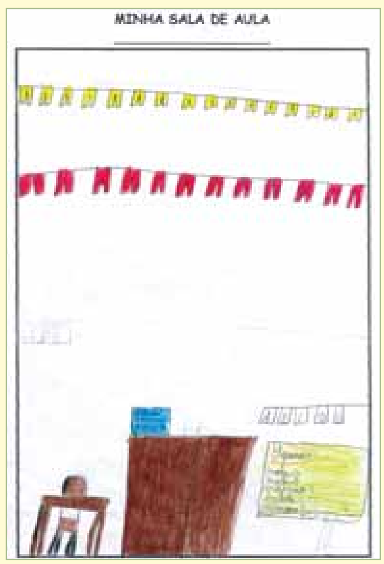
Identifique, nas representações em forma de vistas, as figuras geométricas planas utilizadas e dê nome a elas.

Nesta etapa do estudo, fazendo uso das vistas, é possível distinguir as figuras geométricas planas das figuras geométricas espaciais.

TI 3

Que outras atividades podem ser realizadas com este mesmo objetivo de diferenciar as figuras geométricas planas das espaciais?

Com o objetivo de desenvolver a capacidade de interpretar representações gráficas e a habilidade para representá-las de diversas maneiras, conservando sua proporção, sugerimos uma nova exploração a ser feita com os alunos, em que cada um desenhe a sua vista da sala de aula. A seguir, apresentamos dois desenhos da sala de aula realizados por dois alunos de 2ª série e a tarefa nº 4 para problematizar estas representações.



Aluno 1


Aluno 2

TI 4

Observe os desenhos que representam a mesma sala de aula. Qual parece ser o ponto de referência utilizado por cada aluno? No que você se baseou para dar esta resposta? Discuta com seus colegas, no próximo encontro, sobre as diferentes formas de representar a sala de aula.

Seção 3: Mudança de direção - ângulos

Na exploração da maquete, na primeira tarefa, exploramos a importância da orientação para movimentação e localização. Ao realizar deslocamentos, dobrando à direita ou à esquerda, pode-se introduzir um importante conceito geométrico: ângulo. Neste caso, ângulo é tratado como mudança de direção. Esta mudança de direção, tendo como referência o próprio corpo, pode ser expressa em meia volta, um terço de volta, um quarto de volta. A volta completa pode ser representada por um disco de papel e, por dobraduras, podemos representar a meia volta e um quarto de volta.

TI 5

Confeccione o disco de papel, dobrando-o em quatro, oito ou doze partes, conforme a figura a seguir:

Após a confecção do disco, realize e represente a seguinte trajetória: ***dois passos à frente, um quarto de giro à esquerda, três passos à frente, um terço de giro à direita e dois passos para frente.***

Parte 2: Trabalhando com as figuras geométricas

Você já criou um espaço de convivência que pode ser usado em diferentes atividades, das quais podemos enfatizar a localização no espaço. Nesta atividade utilizamos diversas embalagens, que são modelos de representações geométricas. Estas representações tridimensionais envolvem, na sua estrutura, figuras planas (faces) que, na continuidade, serão abordadas.

Na confecção da sua maquete, surgiram inúmeras formas geométricas agregando relações entre superfície, espaço, linhas, contornos e cores, entre outras. Todos estes elementos são possibilidades para o reconhecimento e representações destas figuras.

É fazendo, construindo e inventando que criaremos melhores situações para visualizar e reconhecer as formas geométricas. Uma possibilidade é promover atividades em que os alunos – de maneira lúdica, prazerosa, crítica e criativa – tenham acesso à arte e sejam capazes de identificar o uso das figuras geométricas em diferentes produções artísticas. Nesse sentido, propomos, neste texto, alguns elementos que servem de mediação para fazer, construir, pensar e criar em Geometria.

Seção 1: Explorando figuras planas

As manifestações culturais e artísticas estão presentes em artesanatos, tecelagens, tapeçarias, esculturas, construções e objetos do cotidiano. A influência indígena sobre esse tipo de produção se manifesta de forma marcante na confecção desses objetos. As criações dos indígenas são freqüentemente ornamentadas com desenhos de figuras geométricas.

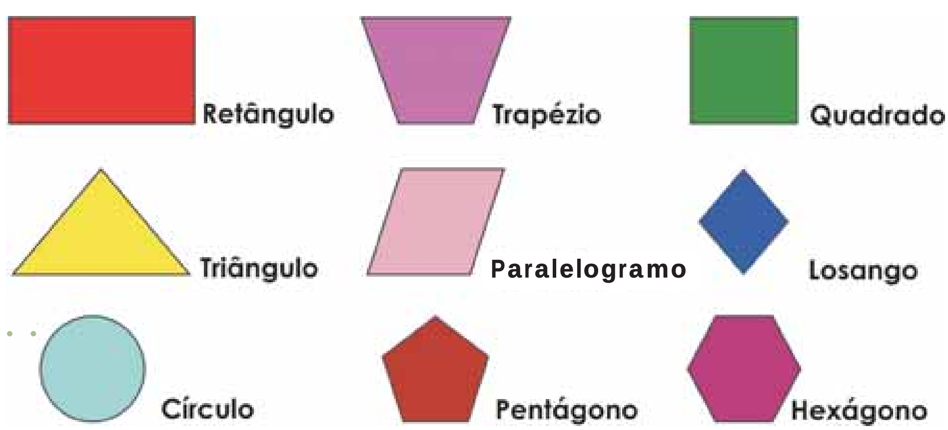
É na cultura dos povos de diversas regiões do nosso país que buscaremos trabalhar de forma prazerosa, o reconhecimento de figuras geométricas. Padrões repetidos ocorrem na natureza ou podem ser criados pelas pessoas. Alguns são feitos como decoração ou estampas de tecidos, outros são usados na confecção de cestos, por exemplo. Em muitos casos tais padrões caracterizam-se pelo uso de simetrias, paralelismos e polígonos regulares, entre outros conceitos geométricos importantes nesse estudo. A seguir está um exemplo da utilização de formas geométricas em cestos confeccionados por índios Wayana-Apalay do estado do Pará com desenho de Atãta (lagarto de duas cabeças).

Fonte: http://www.iande.art.br/trwayanaruto020901.htm

Da mesma forma que as figuras geométricas se encontram nas manifestações artísticas e culturais, estas também podem ser identificadas em embalagens que fazem parte de nosso cotidiano. Isso pôde ser constatado no momento da realização e da exploração da maquete, ao fazer uso das embalagens.

TI 6

A representação geométrica das faces dos objetos utilizados na confecção de sua maquete está entre os modelos a seguir?

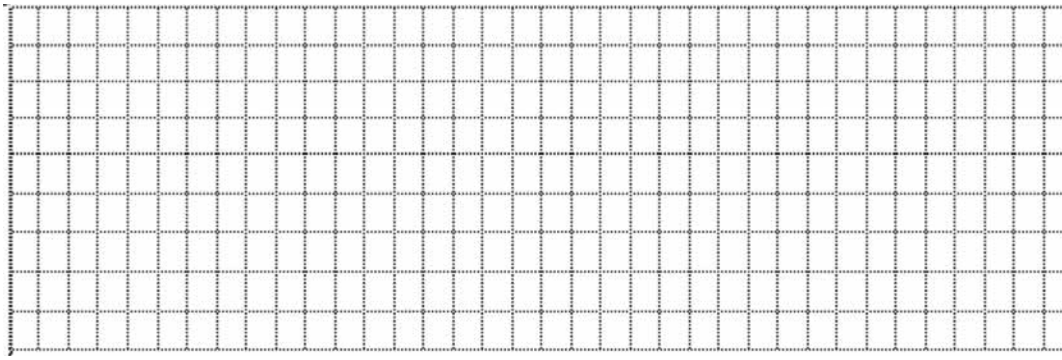


TI 7

Utilizando alguns desses polígonos, confeccione um boneco característico de uma data, um fato ou um acontecimento importante da sua região.

TI 8

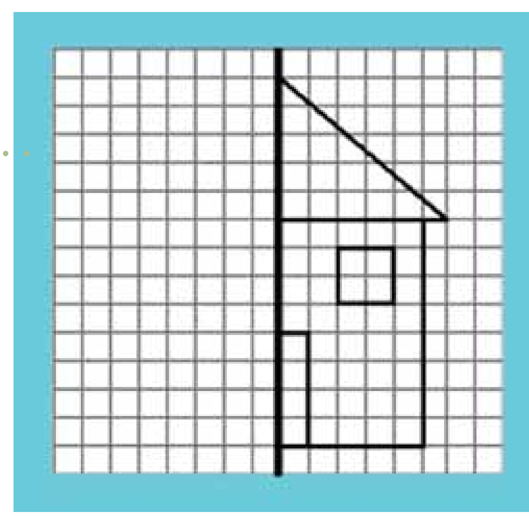
Na malha a seguir, crie uma seqüência utilizando alguns dos polígonos representados anteriormente. Com esta, desenhe um padrão geométrico, cuja característica seja a repetição da seqüência de polígonos



Esse padrão geométrico pode servir como modelo de tira para ornamentação em cerâmica, uma barra que enfeite alguma peça de vestuário, bem como modelo para uma tapeçaria. Podemos provocar nossos alunos com questões cujo objetivo seja fazê-los perceberem como a Geometria pode ser inserida em diversos contextos e lugares no dia-a-dia, além de fazê-los pensar artística e geometricamente.

Seção 2: Reflexão de figuras: simetria

No papel quadriculado, dividido em duas partes, temos no lado direito uma figura que gostaríamos que você reproduzisse à esquerda, supondo que a linha mais forte seja um espelho



Essa reflexão em relação a uma reta é uma simetria. Geralmente uma figura simétrica apresenta um padrão que se repete por algum movimento que lhe seja dado.

Uma das características de figuras simétricas é podermos dividi-las em duas partes iguais. A linha em que dobramos o desenho para fazer coincidir as duas metades é chamada de eixo de simetria

Faça uma observação em seu meio circundante e verifique as simetrias que podem ser encontradas na natureza, em azulejos, em artesanatos, em obras de arte, entre outros. A seguir, apresentamos algumas situações onde é possível identificar simetrias.

Fonte: http://www.geocities.com/jateston/figuras/borboleta_inicio.gif

Fonte: A ARTE DO ARTESANATO BRASILEIRO. São Paulo: Talento, 2002. p.23

TI 9

Pegue uma folha qualquer e desenhe um quadrilátero, do tipo quadrado, retângulo, losango ou trapézio. Nesse quadrilátero, verifique, por dobradura, quantos são os eixos de simetria. Veja, por exemplo, o que acontece com o retângulo.

Este procedimento também pode ser utilizado para os outros quadriláteros. Por meio desta construção, dê exemplo para:

a) quadrilátero que possua um eixo de simetria;

b) quadrilátero que possua dois eixos de simetria;

c) quadrilátero que possua quatro eixos de simetria.

Baseado no procedimento anterior, experimente agora verificar quantos eixos de simetria se obtém no círculo.

TI 10

Você tem conhecimento de alguma logomarca ou de algum timbre da sua região, ou seja, um símbolo usado na impressão de papéis e propagandas para divulgação de marcas?

A partir das respostas sugerimos que você, professor ou professora, crie uma logomarca para o grupo de estudos de que está participando, ou até mesmo para o curso que está realizando, evidenciando, nesta tarefa, o conceito de simetria. De que forma esta tarefa poderá ser adaptada em sua sala de aula?

Para ilustrar esta atividade trazemos alguns exemplos de logomarcas e timbres.

Seção 3: Paralelismo

No Nordeste e no Norte do Brasil é comum encontrarmos esteiras de junco, palha e fibras vegetais, usadas como tapetes ou telas de parede. Igualmente encontramos peças feitas de palha como cestarias, chapéus, bolsas, tampos de mesas, entre outras. Nos trabalhos artesanais mostrados a seguir, o conceito de paralelismo se faz presente. Esse conceito é igualmente importante quando nos propomos a reconhecer algumas figuras geométricas.

Fonte: A ARTE DO ARTESANATO BRASILEIRO. São Paulo: Talento, 2002. p. 131 e 172

TI 11

Escolha duas imagens iguais de alguma revista da região. De uma das imagens recorte tiras retangulares iguais. Cole essas tiras em uma folha, modificando a ordem de cada uma delas e mantendo as dimensões e o formato da imagem inicial. A colagem das tiras retangulares, modificando a ordem, tem o objetivo de identificar, na nova imagem, segmentos de reta paralelos.

Para ilustrar, trazemos uma foto parcial do campus da Universidade do Vale do Rio dos Sinos, situada na cidade de São Leopoldo, no Rio Grande do Sul.

Imagem inicial

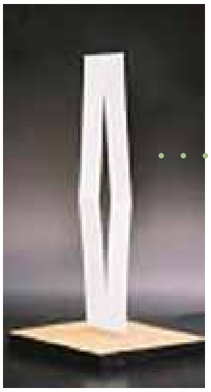
Imagem modificada

Seção 4: Geometria e Arte

O professor ou a professora que procura, por meio da formação continuada, complementar seus conhecimentos, pode buscar também a vivência do fazer artístico ao desenvolver seus conteúdos. Apontamos para esta possibilidade ao promover atividades que mostram as relações possíveis entre o artístico e o pedagógico. A valorização e o estudo das trajetórias de artistas e artesãos nas diversas regiões brasileiras é uma possibilidade de conhecimento da produção artística e, quando inserida adequadamente no contexto escolar, pode ser significativa na compreensão de outros conteúdos curriculares como, por exemplo, conceitos geométricos.

A arte se manifesta de várias formas expressando sensações e sentimentos de cada povo, registrando, com extrema criatividade e talento, a cultura de cada região. Assim, a produção artística brasileira é diversificada, percebendo-se, em suas representações, a realidade vivida pelo nosso povo em seus aspectos culturais e regionais. Somos um país de artistas populares, principalmente em regiões ainda não invadidas pela massificação dos meios de comunicação. O desenho, a arquitetura, a escultura, as cestarias e as tecelagens são as bases culturais de um país, cuja criatividade revela a autenticidade de seu povo.

Um exemplo disso é o escultor cearense Sérvulo Esmeraldo (1929). Suas obras, como as apresentadas a seguir, caracterizam formas espaciais, com o uso de dobraduras de planos. Elas estão espalhadas pela cidade de Fortaleza, no Ceará, e mostram uma arte urbana possível.



Fontes: http://www.art-bonobo.com/fgs/parquemaquete.html
http://www.mac.usp.br/exposicoes/02/dialogos/obras.html

TI 12

Pesquise em sua região que produções ou manifestações artísticas são conhecidas. Verifique se nessas produções há tendências geométricas.

TI 13

Realize uma coleta de objetos que apresentam manifestações artísticas (tapeçarias, bordados, telas, etc) que você aprecia, e leve-os para o próximo encontro para socializar com os seus colegas.

Parte 3: Preparando para o estudo de frações

Na seqüência deste trabalho e fazendo uma preparação para o estudo de *frações*, sugerimos a realização de uma atividade lúdica: o Tangran.

Seção 1: Trabalhando com o Tangran

TI 14

Construção de um Tangran

Propomos a utilização do Tangran, um quebra-cabeça chinês muito antigo composto de sete peças. O Tangran exerce grande atração tanto em crianças como em adultos, pois, além da criatividade, com ele se explora o pensamento lógico na composição e transformação de figuras. Com as sete peças se pode formar uma variedade de figuras, além das formas geométricas.
Utilizando alguns conceitos geométricos, o jogo pode ser facilmente construído em papel, conforme os seguintes passos. Vamos construir um Tangran em papel? Então, mãos à obra!

1- Construir um quadrado de 16cm de lado
2- Traçar uma das diagonais do quadrado (unir dois vértices não consecutivos) e o segmento de reta que une os pontos médios de dois lados
3- Traçar a outra diagonal até encontrar o segundo segmento de reta traçado

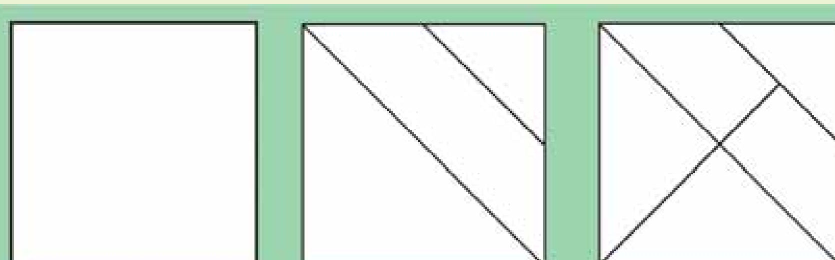


Figura 1 Figura 2 Figura 3

4- Repartir a primeira diagonal em quatro partes iguais
5- Traçar o segmento de reta que se mostra na figura 5
6- Por último, traçar outro segmento de reta conforme a figura 6.

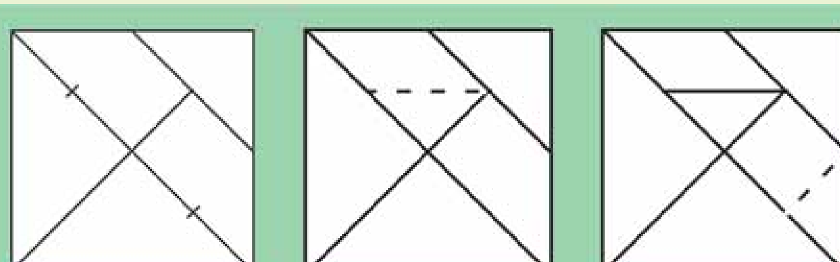


Figura 4 Figura 5 Figura 6

Recortar as peças (que podem ser coloridas) e, com elas, realizar as atividades que seguem:

TI 15

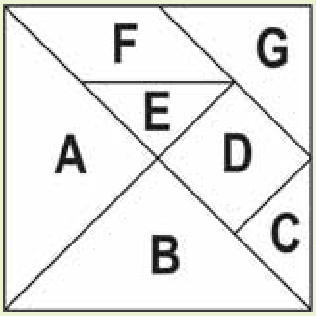
Com as sete peças do Tangran e usando a sua criatividade, procure representar uma casa, um barco e uma pessoa, desenhando as figuras.

TI 16

Observe que é possível, por superposição, construir a peça quadrada com os dois triângulos pequenos. Usando a superposição, procure obter outras possibilidades de equivalência entre as peças do quebra-cabeças.

TI 17

Identifique as peças do Tangran conforme a representação a seguir e responda:



Quais são as maiores peças?
Quais são as menores peças?
Quantas vezes a peça A cabe no Tangran?
Que parte do Tangran corresponde à peça A?
Quantas vezes a peça G cabe na peça A?
Que parte da peça A é a peça G?
Que parte do Tangran corresponde à peça G?
Quantas vezes a peça E cabe na peça G?
Que parte do Tangran é a peça E?

Dê continuidade à tarefa obtendo a parte do Tangran correspondente a cada peça.

Seção 2: Saberes geométricos nas práticas do trabalho cotidiano

Como observamos ao longo deste fascículo, os saberes geométricos se fazem presentes na vida cotidiana de nossos alunos e seus familiares, não se restringindo a um campo de conhecimentos unicamente escolar. Os deslocamentos realizados em viagens e na própria cidade em que residimos, as brincadeiras infantis e até mesmo as atividades profissionais produzem saberes matemáticos, como os geométricos. Assim como a atividade da tarefa 13 sugere, podemos explorar os conhecimentos presentes em práticas no trabalho cotidiano, abordando e problematizando, além dos saberes matemáticos, aspectos culturais.

Na tecelagem, por exemplo, podemos explorar os diversos saberes vinculados à simetria que a produzem. Na construção civil, as diferentes formas de compor a mistura da massa (mistura de areia, cimento e água) e a demarcação do “esquadro” para a construção dos “cantos” (ângulos de 90°) entre duas paredes são práticas que envolvem saberes sobre o espaço e as medidas que também podem ser analisadas em sala de aula. Conhecimentos matemáticos também são usados na delimitação de extensão de terras – quando se faz o uso de unidades como cordas, passos, vara, braça, entre outros, além das diversas maneiras de calcular a medida de tal espaço.

Estas são apenas algumas práticas do trabalho cotidiano produzidas por diferentes grupos culturais e que, ao serem analisadas em sala de aula, podem propiciar belas discussões. Nesse sentido, gostaríamos de destacar apenas que, ao tomarmos estes saberes como objeto de estudo em nossas práticas pedagógicas, não se trata de discutir apenas os saberes matemáticos ali produzidos, mas todas as dimensões (políticas, econômicas e sociais) presentes nessas atividades profissionais.

Ao final deste fascículo gostaríamos de deixar alguma palavra de incentivo para a continuidade do trabalho. Talvez você, professor ou professora, tenha considerado excessivo o número de tarefas propostas. Nosso objetivo, no entanto, foi o de dar alternativas diversificadas para a abordagem do tema *espaço e forma* para que você possa, a partir delas, construir sua própria prática pedagógica, mediada pela reflexão do grupo de estudos de formação continuada.

Obras consultadas

A ARTE DO ARTESANATO BRASILEIRO. São Paulo: Talento, 2002.

AGUIAR, Nelson (Curador Geral). *Arte Popular - Mostra do Redescobrimento*. São Paulo: Fundação Bienal de São Paulo, 2000.

BENTO, Antônio. *Expressões da Arte Brasileira.* São Paulo: Spala, s/d.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CÂNDIDO, Suzana Laino. *Formas num mundo de formas*. São Paulo: Moderna, 1997.

FERRAZ, Maria Heloísa Corrêa de Toledo; FUSARI, Maria F. de Rezende. *Metodologia do Ensino de Arte*. São Paulo: Cortez, 2002.

FONSECA, Maria da Conceição et al. *O ensino de Geometria na escola fundamental: três questões para a formação de professor dos ciclos iniciais.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

KALEFF, Ana Maria M. R. *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao Cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos.* Niterói: EDUFF, 1998.

KALEFF, Ana Maria M. R.; REI, Dulce Monteiro; GARCIA, Simone dos Santos. *Quebra-cabeças geométricos e formas planas*. 2. ed. Niterói: EDUFF, 1997.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Maria Mendonça. *Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental.* São Paulo: PROEM, 2000.

ZASLAVSKY, Claudia. *Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro: diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos.* Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

Pró Letramento

Matemática

Frações

fascículo 4

Rômulo Campos Lins
Heloísa da Silva

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Sumário

Apresentação do Fascículo 4

Colega professora, colega professor,

No conjunto do material de Educação Matemática do Pró-Letramento, este fascículo é apresentado de um modo um pouco diferente dos demais. Nos outros fascículos há uma proximidade maior com a sala de aula, com questões que têm relação mais direta com os alunos e as aulas. A razão para isto é que em nossa experiência no trabalho com professoras e professores das séries iniciais, o tema das frações costuma apresentar uma dificuldade maior, do ponto de vista do conteúdo, do que os outros temas. Por este motivo, preferimos escrever o fascículo de uma forma em que você pudesse encontrar nele uma referência direta a conceitos e técnicas matemáticas importantes para seu trabalho - mesmo que nem tudo deva ser levado para salas de aula das séries iniciais.

As observações que fazemos - por exemplo, sobre a importância de procurar sempre representar uma situação de várias maneiras - são de aplicação geral na sala de aula. Assim, esperamos que você, ao mesmo tempo em que vai estudando e se aprofundando na parte mais técnica, reflita sobre questões que se relacionam à sala de aula.

As atividades e exercícios são dirigidos a *seu* aprendizado e reflexão, mas podem ser levados para a sala de aula, às vezes com algumas adaptações. A Matemática que apresentamos é pensada sempre tendo em mente que você é um profissional ou uma profissional da educação, quer dizer, nosso ponto de partida é pensar sobre a educação matemática de seus alunos e alunas, e não a Matemática por ela mesma.

No cotidiano das crianças (e mesmo nosso cotidiano) o que aparece de frações é, em geral, coisa muito simples, como "meia xícara de leite" e "meia dúzia de ovos". Se fôssemos nos prender apenas ao que é estritamente parte da vida da criança, teríamos muito pouco a trabalhar. Mas há aspectos do uso de frações que podemos trabalhar com as crianças, como comparar razões, fazer estimativas e compreender situações simples envolvendo frações, que não requerem técnicas complicadas.

Por outro lado, para que você sinta mais segurança no trabalho com seus alunos, neste fascículo tratamos dos principais conceitos e técnicas envolvendo frações, para que você aprofunde seu conhecimento do tema, e possa usar essas informações para decidir o que quer ou não trabalhar com seus alunos.

As duas idéias centrais neste trabalho com frações são as *frações unitárias* e as *frações equivalentes*, e durante seu estudo você vai poder observar isto.

Frações são um tema excelente para você pensar sobre o fato de que o mesmo símbolo da Matemática pode ter muitos significados diferentes, o que pode lhe ajudar a desenvolver uma atenção maior e mais detalhada sobre o que seus alunos estão dizendo. As frações podem ser muitas coisas, e vale a pena pensar sobre isto.

Neste fascículo há muitos detalhes que precisarão ser amadurecidos, quer dizer, não esperamos que vocês se sintam familiares com tudo num primeiro estudo e discussão. O fascículo foi escrito e pensado como um material que vai continuar lhe acompanhando, e ao qual você pode recorrer quando tiver dúvidas.

Os exercícios e atividades neste fascículo não são muitos, e os que estão aqui servem apenas como exemplos, a partir dos quais você pode criar outros exercícios e atividades. Afinal de contas, criar atividades e exercícios é parte essencial da atividade de professores e professoras, e esperamos que no trabalho com este fascículo você faça isso também.

Finalmente, cada vez que mostramos de onde vem este ou aquele jeito de fazer uma conta, o mais importante não é que você entenda *todos* os detalhes da explicação na hora. Durante seu estudo você pode preferir ir primeiro para a parte que diz como se faz, para depois voltar e entender o por quê, ou pode seguir a ordem do texto. O mais importante é que você se convença de que *existe* uma explicação para as técnicas e os algoritmos, para que possa se comunicar com seus alunos com mais segurança, e possa, gradualmente, desenvolver sua habilidade em criar atividades ou escolher entre as que tiver a seu dispor.

Fascículo 4 - Frações

Roteiro de trabalho para o quarto encontro

Pensando juntos

Os textos das seções **1** e **2** serão trabalhados neste encontro. Eles devem ser lidos e estudados em grupos e as dúvidas tiradas, entre vocês ou com o tutor. Depois de realizadas a leitura, a discussão e as atividades, todos os participantes podem reunir-se em um grupão, para falar das idéias que surgiram e das dúvidas que ficaram.

Texto para leitura - Por que surgem as frações?

Depois dos números naturais, de que tratamos em fascículos anteriores, as frações foram o primeiro tipo de número a surgir. Elas aparecem quando as pessoas querem registrar *partes* de coisas, ao invés de contá-las.
O vaqueiro, por exemplo, conta seu gado quando sai para o campo, para que, na volta, possa saber se todos os bois e vacas estão ali.
Mas se temos uma melancia e vamos dividi-la entre seis pessoas, para indicar que *quantidade* cada uma vai comer dizemos "$\frac{1}{6}$ de uma melancia", que se lê "um sexto". Estamos indicando que a melancia foi dividida em seis partes — 6 é o *denominador* —, e cada pessoa vai receber uma destas partes — 1 é o *numerador*.
É interessante observar que a palavra "fração" está relacionada com a palavra "fratura", que quer dizer "quebra", e, de fato, podemos pensar que as frações representam quantidades que correspondem a "pedaços" de coisas. Bilhetes de loteria são vendidos em "frações", quer dizer, ao invés de comprar o bilhete *inteiro*, é possível comprar apenas uma ou mais *partes* dele.
Elas surgiram muito antes dos números decimais, como forma de representar quantidades não-inteiras, provavelmente pela inspiração de se representar partes.Aos poucos a idéia de fração foi se ampliando e outros significados foram criados.

No Egito antigo, apenas as frações unitárias (aquelas que tem numerador 1) eram usadas. Muito raramente usavam $\frac{2}{3}$ e, mais raramente ainda, $\frac{3}{4}$. Para escrever outras frações, eles usavam somas de frações unitárias. Por exemplo, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Como ler frações?

Como acontece muitas vezes, prestar atenção nas palavras pode nos ajudar a lembrar a que elas se referem.

A palavra "denominar" quer dizer "indicar nome de", e, de fato, o *denominador* de uma fração indica o seu "nome", que "tipo" de partes são, se são sextos, como no caso acima, ou terços, quintos ou décimos.

Já o *numerador*, indica o número que vamos tomar deste tipo de partes. É como se, ao escrever a fração $\frac{1}{6}$, estivéssemos dizendo "*uma* parte do tipo *sexto*".

Para ler uma fração, então, dizemos o numerador e depois o denominador, mas por tradição, ao invés de dizermos, por exemplo, "um seis", para a fração $\frac{1}{6}$, dizemos "um sexto". Os denominadores de 2 a 10 são lidos assim:

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Como se lê	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono	décimo

Como você pode reparar, as palavras usadas para ler denominadores de fração de 4 a 10, são as mesmas que usamos para indicar posição, por exemplo, em uma fila; isso pode ajudar a memorizá-las.

Se o denominador é um, podemos dizer "inteiros": $\frac{4}{1}$ pode ser lido "quatro inteiros".

Para denominadores maiores que 10, usamos a palavra "avos": $\frac{1}{12}$ é lida "um doze avos"; $\frac{3}{17}$ é lida "três dezessete avos; $\frac{20}{40}$ é lida "vinte quarenta avos". Esta palavra pode parecer estranha, mas nós a usamos muito quando tratamos de dinheiro, porque é ela que aparece em "centavos", que é uma abreviação de "cem avos". Quando dizemos "15 centavos", estamos fazendo uma referência a $\frac{15}{100}$, já que um centavo é o mesmo que um centésimo de real. Mas ao lermos frações, se o denominador for 100, 1000 e assim por diante, o comum é dizermos "centésimo" (ao invés de "cem avos"), "milésimo" (ao invés de mil avos"), e assim por diante.

As frações com denominador 10, 100, 1000, e assim por diante (as chamadas *potências de 10*) têm uma importância particular, porque têm uma relação direta com os números da forma decimal, os "números com vírgula". No trabalho com alunos é sempre importante enfatizar esta relação, e se possível apresentar as duas representações, como fração decimal e como número decimal, o que estimula um pensamento mais flexível nos alunos.

Se por exemplo, vocês estão lendo algo em que aparece a porcentagem 65%, mostre a eles que isto poderia ser representado também como 0,65 ou como $\frac{65}{100}$. Cada uma destas representações facilita certos modos de pensar e de operar sobre ela; reconhecer sua equivalência permite que seus alunos passem de uma a outra quando estão resolvendo problemas ou tentando entender uma situação ou texto, e esta é uma característica importante das pessoas que pensam de forma autônoma.

Um outro modo de se ler frações, bastante mais simples, mas que não é o "oficial", é simplesmente ler o numerador e o denominador, colocando entre eles a palavra "sobre":

$\frac{2}{3}$ pode ser lida "2 sobre 3";

$\frac{7}{12}$ pode ser lida "7 sobre 12";

$\frac{23}{15}$ pode ser lida "23 sobre 15"

Ele é prático porque descreve diretamente o símbolo de que estamos falando, mas é útil também porque pode ser usado para se ler "falsas frações", como o símbolo $\frac{0,8}{4}$, que indica a divisão de 0,8 por 4, e é muito importante na álgebra: como iríamos ler a fração $\frac{a}{b}$, se não sabemos quem é o número b?

Tarefa 1

Escreva a leitura das seguintes frações, das duas formas indicadas:

a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{13}$ e) $\frac{12}{7}$

b) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{23}{100}$ f) $\frac{53}{1000}$

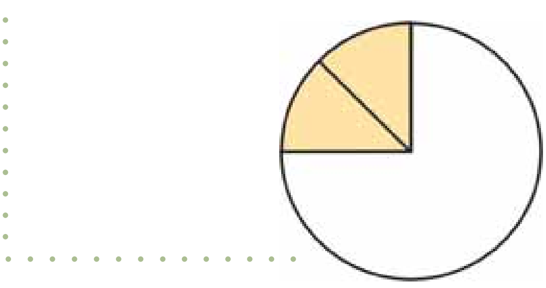
Um pouco mais sobre o que são frações?

Voltando ao que querem dizer as palavras *numerador* e *denominador*, podemos perceber uma semelhança das frações com as medidas.

Quando dizemos que o comprimento de uma mesa é dois metros, estamos indicando o "quanto" (dois) e o de que "tipo" (metro). Se mudarmos o "tipo" para centímetro, o "quanto" teria que mudar para 200 para a medida ficar certa, já que 2 m = 200 cm.

Assim, uma das formas de se entender o que é uma fração, é que elas são o resultado de se medir alguma coisa, usando como referência uma parte da unidade.

Vamos ver um exemplo. Muitos livros didáticos introduzem as crianças às frações, usando bolos e tortas. Imaginemos que pessoas comeram uma parte da torta abaixo, e restou o que está indicado. Como representar, com um número, o tanto que foi comido?



O que vamos fazer é *medir* a parte que foi comida. Para isto temos que escolher uma "unidade". Pela figura, temos a impressão de que a torta toda havia sido cortada em oito fatias. Podemos, então, escolher $\frac{1}{8}$ de torta como unidade de medida. Quantas vezes esta unidade cabe *na parte que foi comida*? A resposta é "seis vezes". Por isto, o número correspondente à parte comida é $\frac{6}{8}$, são "*seis* partes do tipo *oitavo*", e isto pode ser expresso (e mostrado por escrito para os alunos!), também, dizendo que o resultado de nossa medição é $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$, o que já começa a introduzir a idéia de multiplicação envolvendo uma fração. É como se dissermos que a medida de uma sala foi 6 metros, isto é, 6 x 1 metro.

Mas podíamos também ter escolhido $\frac{1}{4}$ como unidade de medida, porque pela figura percebemos que $\frac{1}{4}$ também cabe um número exato de vezes na parte que foi comida.

Quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe na parte que foi comida? Três, e por isso o número resultante é $\frac{3}{4}$, ou $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Relacionar frações com medidas é importante porque ajuda as crianças a perceberem frações como um *número*, e não apenas como um símbolo que junta dois números (isto é muito comum), e para relacionar frações com medidas, é muito importante darmos destaque às frações unitárias, porque elas funcionam, neste caso, como um sistema de unidades de medida.

Uma outra forma de entender as frações é pensar em todo e partes. Em nosso exemplo acima, costuma-se dizer que o número correspondente à parte que foi comida é $\frac{6}{8}$ porque ao todo havia 8 fatias *iguais*, e destas 6 foram comidas, e a fração $\frac{6}{8}$ expressaria este fato.

Do ponto de vista matemático, é muito importante enfatizar que as partes têm que ser *iguais*. Na figura abaixo *não* é verdade que a parte colorida corresponde a $\frac{2}{5}$!

O que pode acontecer é que seus alunos não estejam pensando nas áreas ou nos comprimentos, apenas na quantidade de partes. Acontece que as frações indicam, matematicamente, também uma *razão* entre parte e todo; em termos do número de partes pintadas os alunos poderiam estar certos, mas não em termos da razão da área pintada em relação à área total.

Uma possível analogia pode ser encontrada quando duas crianças discutem para ver quem vai ficar com o bife maior. Se um adulto cortar os dois bifes em pedaços menores, e repartir os pedaços, a atenção das crianças é direcionada ao *número* de pedaços, e como cada uma tem o mesmo número de pedaços, tudo fica bem, até porque, depois de cortada em pedaços menores, fica difícil comparar as "áreas totais" de bife que cada uma recebeu!

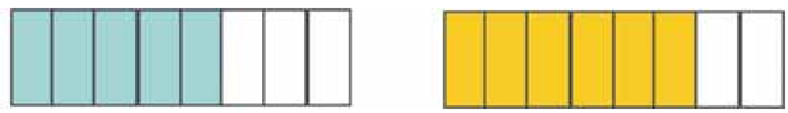
O uso de figuras acima com as crianças, e mesmo a discussão, com elas, do "caso do bife", pode ajudá-las a desenvolver sua compreensão inicial da noção de fração.

Esta última maneira de falar de frações, relacionando-as a partes e todo é a maneira mais comum de se introduzir frações a crianças, no Brasil, talvez por parecer mais simples de explicar. Mas a primeira tem suas vantagens também.

Ao introduzirmos frações com a idéia de medida, estaremos juntando as idéias de medida e de número, assim como fazemos ao trabalhar com números na forma decimal, de modo que a criança tem outra oportunidade de articular, de associar aquelas duas importantes idéias matemáticas. Neste caso isto ajuda a que a criança reconheça frações como *números* - tanto quanto os naturais e os na forma decimal - e não apenas como *símbolos*.

Em segundo lugar, esta abordagem pode ajudar a evitar que a criança faça confusão mais adiante, quando começar a trabalhar com frações maiores que um, que são chamadas, muito justamente, de frações *impróprias*.

Vamos ver o seguinte problema: "Uma família pediu dois bolos de mesmo tamanho, ambos cortados em 8 fatias iguais. Do primeiro comeram 5 fatias, e do segundo comeram 6 fatias. Que fração corresponde ao total de bolo que foi comido?"



Os dois bolos

Uma resposta muito comum, dada por alunos que estão começando a trabalhar com frações é "$\frac{11}{16}$". Por quê? Provavelmente, porque o *total de fatias* (nos dois bolos!) é 16, e *o número total de fatias comidas* é 11, ou seja, a criança pensou certo, usando o esquema de total e parte, e chegou a uma resposta "errada"! Este "errada" tem mesmo que ir entre aspas, porque do jeito que a pergunta está feita, a criança pensou certo: *que fração* ***do todo*** *foi comida*? São ao todo, *de fato*, 16 fatias!
Acontece que nós, professores, professoras e autores de livros, já estamos tão acostumados com o que se espera como resposta "certa", que temos dificuldade em aceitar isto, e só conseguimos dizer que "o aluno não entendeu o conceito de fração". Perguntamos: *qual* conceito de fração? Aquele que diz que a fração representa "o número de partes tomadas, em relação ao número total de partes", este ela entendeu, *sim*, senão não teria dado uma resposta tão sensata.

Se a idéia que a criança tivesse de fração fosse a de "resultado de medir com uma unidade que é uma parte do bolo", ela *mediria* o tanto comido, usando a fração escolhida como unidade; se escolher $\frac{1}{8}$ (uma fatia) como unidade, obterá o resultado (correto) de $\frac{11}{8}$ para o que foi comido. A fração que ela usaria como unidade de medida seria, muito naturalmente, uma fração *própria*, neste caso *uma parte de um bolo*.

Isto não quer dizer que pensar em frações em termos de todo e partes seja ruim; essa é uma maneira importante, também, de tratar frações. O que queremos é que a criança desenvolva *várias* maneiras de entender frações, que compreenda a relação entre elas e que saiba escolher qual delas é melhor numa determinada situação. Mas o professor tem que fazer escolhas didáticas, por exemplo, como introduzir uma idéia matemática a seus alunos, e, neste caso, este tipo de análise é importante. É preciso pensar no que vem adiante, e não apenas no que parece ser mais fácil de explicar naquele momento.

Tarefa 2

Imagine um aluno que *só* sabe pensar em frações como medida.
Como você usaria isto para chegar à idéia de todo e partes ("dividi o bolo em cinco partes e comi duas"), no caso das frações próprias (as menores que 1)?

Texto para Leitura - Para que servem as frações?

Em geral esta pergunta se refere aos usos no cotidiano, então vamos falar um pouco deles. As frações que aparecem no dia-a-dia são, quase sempre, muito simples. Medidas de canos e ferramentas às vezes são dadas em polegadas (procure saber o que é isso): cano de meia polegada, chave de boca de um quarto de polegada. Em receitas encontramos meia xícara de óleo, meio litro de leite, meio quilo de camarão seco. Podemos até encontrar três quartos de xícara de leite de coco e um terço de xícara de azeite de dendê, mas o que certamente não vamos encontrar, é uma receita que diga para usarmos $\frac{3}{11}$ de quilo de feijão. Por quê?

É provável que seja porque as frações mais simples, como um meio, um quarto e um terço, são mais fáceis de visualizar do que frações como $\frac{3}{11}$; temos uma *intuição* muito melhor delas do que de $\frac{3}{11}$.

Para visualizar $\frac{3}{11}$ de quilo de feijão, precisamos imaginar um quilo de feijão dividido em 11 partes iguais, e depois pegamos 3 destas partes. Dividir, visualmente, um certo tanto de coisas em 11 partes não é fácil.

Dividir em 2 partes é fácil. E dividir em 4 partes não é difícil, também, porque é só dividir em duas partes e depois dividir cada parte em duas outra vez. E assim também com a divisão em 8 partes. E dividir visualmente em 3 ou 5 partes também não é tão difícil.

Tarefa 3

1) Usando divisões simples, como você faria para dividir uma linha em 6 partes iguais? E em 10 partes iguais?
2) Pegue um monte de alguma coisa, tampinhas de refrigerante, palitos de fósforo ou pedrinhas de tamanho parecido. Usando o que você disse na pergunta 1, reparta em 6 partes iguais. Depois conte cada parte e veja se o erro foi grande.

Continuando com o $\frac{3}{11}$. Como no dia-a-dia não precisamos, em geral, de medidas muito precisas, seria bem mais fácil dizer, na receita, para usar $\frac{3}{12}$ de quilo ou, o que é *muito melhor*, dizer para usar $\frac{1}{4}$ de quilo (ou 250g), que é a mesma coisa que $\frac{3}{12}$ de quilo.

A receita pode, também, dizer para usar $\frac{3}{10}$ de quilo, o mesmo que 300g. As frações $\frac{3}{10}$ e $\frac{3}{12}$ são aproximações boas para $\frac{3}{11}$ (cerca de 270g) — e muito mais úteis, no cotidiano, que esta última fração.

O desenho abaixo é apenas ilustrativo da posição relativa das frações, e não está em escala.

O mais comum quando queremos registrar uma medida "quebrada" (que não deu um número inteiro) é usarmos números na forma decimal, mas as frações são úteis em vários tipos de situações, especialmente por causa dos vários significados que se pode produzir para ela, das várias maneiras de pensar sobre ela. Isto dá mais flexibilidade a nosso pensamento numérico.

Quando nossos alunos nos perguntam para que servem as frações, não é fácil encontrar "grandes" usos no dia-a-dia que justifiquem todo o trabalho que fazemos com elas na escola. E a maioria das "aplicações" de frações que encontramos em livros didáticos é bastante artificial.

Por exemplo, qual criança ou adulto diria, em casa: "Restam apenas $\frac{7}{12}$ dos ovos da caixa?" Não é muito mais natural dizer "Restam apenas 7 ovos"? Dizer "meio quilômetro" faz sentido no dia-a-dia, mas dizer "três quintos de quilômetro", não. Neste caso diríamos "600 metros", ou aproximaríamos para "meio quilômetro".

Mas em situações envolvendo, por exemplo, *razões* (vamos falar delas mais adiante) as frações são muito úteis quando lidamos com mapas. Um outro exemplo de uso de frações são as *porcentagens*, através das quais tratamos de inflação, juros e dados sobre populações. Quando dizemos que "os juros são de 2%", estamos querendo indicar que para cada 100 reais que tomamos emprestados, vamos pagar 2 reais de juros. Se fazemos um empréstimo de 200 reais, os juros serão de 4 reais (por mês!), e se fazemos um empréstimo de 150 reais, os juros serão de 3 reais. Em cada caso, os juros correspondem a $\frac{2}{100}$ do total emprestado, e daí a expressão *porcento*.

$$\mathbf{2\% = \frac{2}{100} = \frac{4}{200} = \frac{3}{150}}$$

Há alguns usos curiosos - por suas origens - de frações na linguagem cotidiana.

Por exemplo, existem as "meias três quartos", chamadas assim porque cobrem aproximadamente três quartos da parte inferior, entre o pé e o joelho, e a carne de vaca é às vezes negociada em quartos, o "quarto de boi", que é um boi inteiro dividido em quatro partes.

As pessoas que professam a religião católica rezam o *terço*, assim chamado porque corresponde a um terço de um rosário. O rosário é um colar com 165 contas, que se usa para não perder a conta das rezas; ele corresponde a 15 dezenas de ave-marias e 15 padre-nossos. Assim, o terço é um colar que corresponde a 5 dezenas de ave-marias e 5 padre-nossos.

O uso mais curioso é o que está na expressão “vá para os quintos!”. Muito antigamente, os colonizadores portugueses cobravam um imposto sobre todo o ouro extraído no Brasil, correspondendo a um quinto do ouro, e este imposto era mandado para Portugal em navios chamados, naturalmente, “o navio dos quintos”. Daí veio a expressão, que quer dizer “vá para longe”!

Se você tem acesso à Internet, vai encontrar esta informação, e outras, na página http://educar.sc.usp.br/matematica/m5p1t4.htm, que é um interessante material para professores e professoras das séries iniciais.

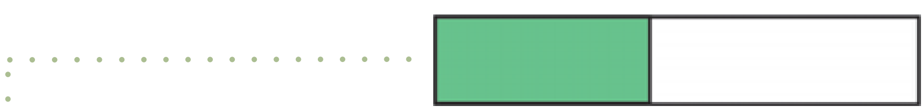
As frações nas séries iniciais

Vimos, até aqui, três maneiras de se entender o que seja uma fração - resultado de uma medida, relação entre todo e partes e um pouco sobre como elas indicam uma razão. E vimos algumas situações onde usamos frações no cotidiano.

As situações mais próprias para se trabalhar nas séries iniciais são muito simples, e envolvem frações também simples, como $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$.

Além disso, no cotidiano é pouco comum termos que somar, subtrair, multiplicar ou dividir com frações. Na verdade, o uso destas operações fica importante mesmo quando trabalhamos com a Álgebra.

Por outro lado, saber estimar, visualmente, que fração de um todo estamos pegando (por exemplo, se numa xícara tem mais ou menos da metade), é uma habilidade bastante útil:



A parte pintada é mais ou menos que a metade de todo o retângulo?

Estudos mostram que mesmo crianças pequenas são capazes de responder corretamente a esta pergunta. E são capazes de descobrir que duas fotos de um copo com água não são as mesmas, dizendo que em uma tem mais da metade e na outra menos. Esta capacidade pode ser refinada, ser mais bem desenvolvida, para que a criança seja capaz de lidar com situações como:

Que fração do retângulo está pintada?

Mesmo sem medir com uma régua, podemos dizer que *aproximadamente* um terço está pintado.

Uma situação real, na qual a habilidade de aproximar com frações simples é útil, é quando se está viajando. Se soubermos que a viagem toda tem 300km, e que já viajamos 110km, podemos dizer que, aproximadamente, viajamos um terço, e que, portanto, faltam dois terços da viagem. Com esta informação podemos estimar facilmente quanto tempo mais temos que viajar (neste caso, o dobro do tempo que já viajamos) ou, olhando para o marcador de gasolina, estimar se vai ser preciso parar no posto ou não.

Na compreensão de gráficos, na preparação de misturas de tintas e em muitas outras situações, esta habilidade é útil no cotidiano, e as séries iniciais são um ótimo tempo para ajudar nossos alunos a desenvolverem-na.

Já as contas com frações não precisam receber tanta ênfase. Podemos trabalhar com as técnicas operatórias e suas explicações, mas não precisamos ficar trabalhando com contas que envolvam números grandes e frações que são difíceis de "visualizar", como $\frac{33}{93}$. Se tivermos uma situação em que esta fração aparece, pode ser melhor aproximá-la usando a fração $\frac{1}{3}$

De todo modo, é melhor trabalhar a compreensão das técnicas do que sobrecarregar as crianças com contas que não fazem sentido para elas, quer dizer, que envolvem frações para as quais elas não têm uma "intuição".

Resumindo: é melhor concentrar o esforço de nosso trabalho com frações, nas séries iniciais, em:

1) frações simples como $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$;

2) aproximar outras frações usando estas frações simples e outras;

3) as idéias básicas sobre operações com frações;

4) as técnicas básicas de operações com frações, usando, de preferência, frações simples.

E este trabalho deve ser fundamentado em duas idéias centrais, as de *frações equivalentes* e *frações unitárias*.

Fascículo 4 - Frações

Roteiro de trabalho individual

Vamos continuar aprofundando o conhecimento sobre Frações.

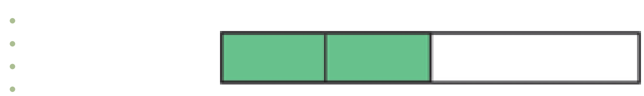
Enquanto estiver estudando, pare para refletir e entender. Trabalhe atentamente em cada tarefa individual.

Frações equivalentes

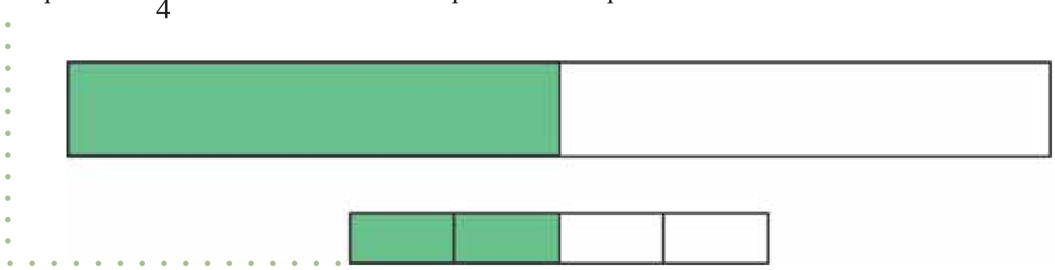
A idéia mais importante sobre frações é a de *frações equivalentes*. É ela que nos permite comparar, somar e subtrair frações, além de ajudar a entender como frações se relacionam a razões e proporções, idéias que aparecem em quase todas as partes da Matemática escolar.

Dizemos que duas frações são *equivalentes* quando elas representam a mesma quantidade, mesmo que estejam escritas de formas diferentes.

As frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são equivalentes; tanto faz repartir um bolo em duas partes e pegar uma, quanto repartir *o mesmo bolo* em quatro partes e pegar duas.



É, no entanto, muito importante, quando resolvemos problemas, prestar bastante atenção: se a fração $\frac{1}{2}$ se refere a um bolo e a fração $\frac{2}{4}$ se refere a outro, não faz sentido comparar as duas frações em relação à quantidade de bolo. Metade de um bolo de oito quilos é quatro quilos, enquanto $\frac{2}{4}$ de um bolo de um quilo é meio quilo de bolo!



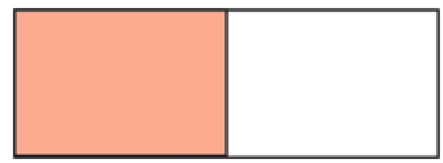
O que podemos dizer, no entanto, é que a *razão* entre o bolo todo e a parte comida é a mesma nos dois casos. Comparando razões podemos determinar se o que se comeu do primeiro bolo é *proporcional* ao que se comeu do segundo, isto é, estamos comparando *relações*, e não *quantidades*.

Como criar frações equivalentes a uma fração que já tenho?

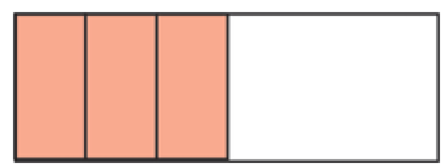
Se você tem uma fração e quer achar outras frações que sejam equivalentes a ela, pode usar dois procedimentos.

O primeiro é multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número (que não seja o zero!); o segundo é dividir o numerador e o denominador por um mesmo número (que também não pode ser o zero, porque não dá para dividir por zero). Uma "explicação" para isto pode ser dada pensando de novo com bolos.

Começamos com $\frac{1}{2}$. O bolo foi dividido em duas partes iguais e pegamos uma delas.



Se o denominador desta fração (que é 2) for multiplicado por 3, isto quer dizer que o bolo vai ser dividido em três vezes mais partes do que antes (antes eram 2 partes, agora são 6). As fatias serão três vezes *menores*.



Como as fatias são três vezes menores, para pegar a mesma *quantidade* de antes tenho que pegar três vezes mais fatias do que peguei antes. Isto é, o numerador tem que ser multiplicado por 3 também. O mesmo raciocínio se aplica no caso geral. Assim, se usarmos as letras *a*, *b* e *c* para representar números naturais diferentes de zero, vale o seguinte:

$$\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$$

Em nosso exemplo, $\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Se multiplicarmos o numerador e o denominador de uma fração por 2, 3, 4, 5 e assim por diante, vamos produzir tantas frações equivalentes quantas queiramos:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}$$

Este raciocínio também vale se estamos pensando em razões. Quando uma pesquisa de opinião diz que 3 em cada 4 eleitores disseram que vão votar em um certo candidato, é de se esperar que 6 de cada 8 vão votar neste candidato, que 300 de cada 400 também, e assim por diante.

Como já dissemos, se você dividir o numerador e o denominador por um mesmo número, também vai encontrar uma fração equivalente à primeira. No caso do $\frac{1}{2}$ isto não é possível, porque o 1 só pode ser dividido por 1 mesmo, e isso não ia mudar a fração.

Mas veja o caso de $\frac{12}{18}$: o 12 (numerador) e o 18 (denominador) podem ser divididos por 2, gerando a fração $\frac{6}{9}$, e podem ser divididos por 3, gerando a fração $\frac{4}{6}$, e podem ser divididos por 6, gerando a fração $\frac{2}{3}$, e elas são todas equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{12}{18}$$

O processo de achar frações equivalentes a uma fração dada, mas que tem numerador e denominador menores, se chama simplificação. *Ele pode ser útil para podermos trabalhar com frações mais simples, mais fáceis de se visualizar.*

Como saber se duas frações são equivalentes?

Como é muito comum falar de frações falando de bolo, vamos começar com uma receita, que depois será explicada.

Para saber se duas frações são equivalentes nós multiplicamos o numerador da primeira pelo denominador da segunda, e o denominador da primeira pelo numerador da segunda; se os resultados derem iguais elas são equivalentes, se derem diferentes, elas não são equivalentes.

Vamos ver o caso de $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$, que já resolvemos pensando em bolos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}$$

numerador da primeira vezes denominador da segunda: 1 x 4 = 4

denominador da primeira vezes numerador da segunda: 2 x 2 = 4

Como os resultados são iguais, as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são equivalentes (como já sabíamos, pensando em bolos).

Será que as frações $\frac{35}{15}$ e $\frac{14}{6}$ são equivalentes? Pensando em bolos esta não é uma questão fácil de responder, certo? Usando nossa receita:

$$\frac{35}{15} \times \frac{14}{6}$$

numerador da primeira vezes denominador da segunda: 35 x 6 = 210

denominador da primeira vezes numerador da segunda: 15 x 14 = 210

Como os resultados são iguais, as frações $\frac{35}{15}$ e $\frac{14}{6}$ são equivalentes.

E as frações $\frac{11}{16}$ e $\frac{3}{4}$, será que são equivalentes?

$$\frac{11}{16} \times \frac{3}{4}$$

numerador da primeira vezes denominador da segunda: 11 x 4 = 44

denominador da primeira vezes numerador da segunda: 16 x 6 = 48

Como os resultados são diferentes, as frações $\frac{11}{16}$ e $\frac{3}{4}$ *não* são equivalentes

Por que será que funciona? Vamos ver isto logo depois de falarmos sobre como somar e subtrair frações.

TI 1

1) Verifique, usando a "receita" apresentada, quais das duplas de frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{26}{91}$ b) $\frac{15}{18}$ e $\frac{5}{9}$ c) $\frac{23}{5}$ e $\frac{92}{20}$ d) $\frac{33}{12}$ e $\frac{11}{3}$

2) Em cada caso, quanto deve valer a letra para que as frações sejam equivalentes?

a) $\frac{A}{5}$ e $\frac{2}{10}$ b) $\frac{B}{12}$ e $\frac{1}{3}$ c) $\frac{x}{5}$ e $\frac{14}{35}$

Como somar e subtrair frações?

Falamos, antes, sobre pensar em frações como resultados de medições, e observamos a semelhança com medir em metros e centímetros.

Relembrando: em $\frac{7}{5}$, o numerador 7 diz o "quanto", e o denominador 5 diz de que "tipo" (são 7 do tipo "quintos"), assim como em 2 metros o 2 diz "quanto" e o "metros" diz o "tipo" (são 2 do tipo "metros").

Agora, se alguém disser que quer saber o resultado da conta 2 metros + 50 centímetros, vamos somar o 2 com o 50? Claro que não! Temos duas alternativas principais.

A primeira é transformar o 2 metros em centímetros (2m =200cm) e depois somar os 200cm com os outros 50cm, dando o resultado 250cm. Outra possibilidade é transformar 50cm em metros (50cm=0,5m) e depois somar o 0,5m com os outros 2m, dando o resultado 2,5m. Observe que 2,5m = 250cm.

Com frações é a mesma coisa. Só podemos somar frações do mesmo "tipo", quer dizer, só podemos somar, diretamente, frações com o mesmo denominador. Se quisermos somar $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{10}$, antes de efetuar a operação é preciso transformar as duas em frações do mesmo "tipo", isto é, em frações com o mesmo denominador. Se fôssemos somar os numeradores diretamente,

5 sextos + 3 décimos = 8 de que tipo?

Do mesmo modo que

2 metros + 50 centímetros = 52 de que tipo?

Esta frase, "transformar as duas em frações com o mesmo denominador" quer dizer, na verdade, que temos que procurar uma fração *equivalente* a $\frac{5}{6}$, e outra *equivalente* a $\frac{3}{10}$, que tenham ambas o mesmo denominador. Podemos usar o método de multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número, para gerar frações equivalentes a cada uma delas:

Frações equivalentes a $\frac{5}{6}$:

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = \frac{35}{42} = \frac{40}{48} = \frac{45}{54} = \frac{50}{60} = \ldots$$

Frações equivalentes a $\frac{3}{10}$:

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = \frac{9}{30} = \frac{12}{40} = \frac{15}{50} = \frac{18}{60} = \ldots$$

Comparando as frações equivalentes a $\frac{5}{6}$ com as equivalentes a $\frac{3}{10}$, descobrimos que $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ e $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$, de modo que, agora, podemos fazer nossa adição:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{34}{30}$$

Veja outra vez a semelhança com somar medidas em metros e centímetros:

2m + 50cm = 200cm + 50cm = 250cm
ou
2m + 50cm = 2m + 0,5m = 2,5m
e do mesmo modo,
5 sextos + 3 décimos = 25 trinta avos + 9 trinta avos = 34 trinta avos

Este método é bom porque mostra a relação entre somar frações e as frações equivalentes, e deve ser usado com os alunos, mas além de entendermos o que estamos fazendo, é sempre útil conhecermos técnicas práticas para fazer contas. No caso da adição de frações, vamos continuar usando, é claro, a idéia de encontrar frações equivalentes às originais, mas com denominadores iguais, só que ao invés de fazermos listas e as compararmos, vamos usar uma técnica mais direta. Veja:

1) Queremos somar $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{10}$;

2) Para achar frações equivalentes a $\frac{5}{6}$ e a $\frac{3}{10}$, o método mais direto é multiplicar o numerador e o denominador de cada uma delas por um mesmo número, diferente de zero; $\frac{5}{6} = \frac{5 \times a}{6 \times a}$ e $\frac{3}{10} = \frac{3 \times b}{10 \times b}$

3) Agora perguntamos: "6 x a = 10 x b, porque as duas frações têm que ter o mesmo denominador. Quais são estes números a e b?" Há muitas respostas, por exemplo "6 x 5 = 10 x 3", mas há uma resposta que é bem fácil de achar, não temos que procurar muito: "6 x 10 = 10 x 6". Se multiplicarmos um denominador pelo outro, vai dar o mesmo resultado que se multiplicar o outro pelo um!

4) Agora sim. A fração equivalente a $\frac{5}{6}$ é encontrada multiplicando-se seu numerador e seu denominador por 10; a fração equivalente a $\frac{3}{10}$ é encontrada multiplicando-se seu numerador e seu denominador por 6

5) $\frac{5}{6} \times \frac{10}{10} = \frac{50}{60}$ e $\frac{3}{10} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{60}$, de modo que $\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{50}{60} + \frac{18}{60} = \frac{68}{60}$

Vamos resumir esta técnica para somar frações:

O denominador do resultado vai ser o produto dos dois denominadores

(no caso acima, 6 x 10 = 60)

Multiplique "em cruz" os numeradores e denominadores, e some os resultados:

$$\frac{5}{6} \qquad \frac{3}{10}$$

5 x 10 + 3 x 6 = 50 + 18 = 68, que é o numerador do resultado.

Assim:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5 \times 10}{6 \times 10} + \frac{3 \times 6}{6 \times 10} = \frac{50}{60} + \frac{18}{60} = \frac{68}{60}$$

A vantagem de se usar com os alunos, no início, esta notação mais longa, é que fica sempre possível ver a relação com frações equivalentes, mas à medida que eles adquiram segurança, pode-se sugerir uma notação mais abreviada, mais resumida:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5 \times 10 + 3 \times 6}{60} = \frac{68}{60}$$

Usando letras para resumir e expressar de forma simbólica:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$$

Tudo que dissemos sobre a adição, vale também para a subtração:

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{10} = \frac{3 \times 10}{6 \times 10} - \frac{2 \times 6}{6 \times 10} = \frac{30}{60} - \frac{12}{60} = \frac{18}{60}$$

e para somar frações com números inteiros, basta lembrar que números inteiros podem ser representados como frações com denominador 1:

$$4 + \frac{3}{5} = \frac{4}{1} + \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5}{1 \times 5} + \frac{3 \times 1}{5 \times 1} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$$

Estamos certos de que se você examinar esta conta, pensando sobre ela, vai criar um modo mais prático de somar números naturais e frações.

Finalmente, se você tiver que somar mais de duas frações, nossa sugestão é que some duas, depois mais outra, e assim por diante, ou que use o método de procurar frações equivalentes, para somar todas de uma vez.

TI 2

1) Resolva as seguintes contas:

a) $\frac{2}{5} + \frac{13}{5}$ b) $\frac{6}{7} + \frac{4}{8}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{5}{16} - \frac{3}{9}$ d) $\frac{9}{5} - \frac{5}{7}$

2) Invente outras contas e resolva, com seus colegas, tantas quantas você achar necessárias para saber se tem segurança em fazê-las.

Você deve ter observado que, para somar frações, não utilizamos o "famoso" MMC, o Mínimo Múltiplo Comum (que não discutiremos aqui). Como o nome diz, este é o menor número que é múltiplo de dois números dados. Por exemplo, 30 é o MMC de 6 e de 10, é o menor número que é múltiplo ao mesmo tempo de 6 e de 10.

Em vez disso, usamos um outro múltiplo comum de 6 e de 10, como denominador. Usamos o número 60 = 6 x 10. Por quê? Porque é muito mais prático ir "direto" para o 6 x 10 do que ficar tentando achar o MMC de 6 e 10. As técnicas para se achar o MMC de dois números são simples, mas não têm nenhuma relação visível com somar frações. É comum encontrarmos crianças que não somam frações porque não sabem calcular o MMC, e outras que demoram um tempão no MMC antes de fazerem a adição (se não errarem no meio do caminho!).

Por que é que se ensina a somar frações usando MMC? Acreditamos que seja por tradição, apesar de às vezes se dizer que é porque os números nas frações ficam menores, mas num mundo em que o acesso a calculadoras simples é cada vez maior, este argumento vai perdendo força. Como sugerimos, nas séries iniciais é melhor trabalhar com frações simples, de modo que ao somá-las não vamos terminar com números muito grandes. Mas se você achar que é melhor, depois de fazer a adição pode aplicar o processo de simplificação ao resultado:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5 \times 10 + 3 \times 6}{60} = \frac{68}{60}$$

$\frac{68}{60} = \frac{34}{30}$ (dividindo em cima e embaixo por 2)

$\frac{34}{30} = \frac{17}{15}$ (dividindo em cima e embaixo por 2)

e pronto, porque 17 e 15 não têm nenhum divisor comum. Além de ter usado um algoritmo mais direto para a adição, ainda trabalhou a idéia de simplificação!

Uma segunda observação, é que nós usamos acima uma notação muito especial para "multiplicar numerador e denominador por um mesmo número": $\frac{5}{6} \times \frac{10}{10} = \frac{50}{60}$. Esta notação, que pode ser apresentada quase "como quem não quer nada", introduz a multiplicação de frações e, mais tarde, você pode voltar a este tema para observar que ao multiplicar por $\frac{10}{10}$ estamos, na verdade, multiplicando por 1, uma idéia extremamente útil, como veremos, por exemplo, na hora de entender como se faz divisões com frações.

Finalmente: porque a “receita”para saber se duas frações são equivalentes funciona

Quando dizemos que duas frações são equivalentes, estamos dizendo que as duas representam a mesma quantidade, representam o mesmo número. Acontece que um número menos ele mesmo é sempre zero, certo? Com os números naturais, dizer isso parece quase uma coisa óbvia demais: 10 – 10 = 0, 105 – 105 = 0, 1845 – 1845 = 0, e assim por diante.

Mas no caso das frações, como o mesmo número pode ter representações diferentes, isso já não é tão óbvio assim. É verdade que $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$, mas, e no caso de $\frac{2}{3}$ e $\frac{102}{153}$? Pode ser que sejam duas frações diferentes em sua representação, mas que correspondam à mesma quantidade, isto é, que sejam equivalentes. Por isso precisamos de alguma técnica para conferir se são, ou não, equivalentes. A técnica que mostramos na seção **3** nos permite fazer isto, e agora vamos ver por que é que ela funciona.
Se duas frações representam uma mesma quantidade, e subtrairmos uma da outra, o resultado deve ser zero, pelo mesmo motivo que 5 – 5 = 0: um número menos ele mesmo dá zero. Vamos ver, usando a subtração de frações, se $\frac{2}{3}$ e $\frac{102}{153}$ são ou não equivalentes:

$$\frac{2}{3}-\frac{102}{153}=\frac{2\times153}{3\times153}-\frac{3\times102}{3\times153}=\frac{306}{459}-\frac{306}{459}=\frac{0}{459}=0$$

Como uma menos a outra dá zero, isto quer dizer que as duas representam a mesma quantidade, isto é, são frações equivalentes, embora as representações sejam diferentes.

Agora olhe bem aquele cálculo. Para determinar os numeradores, fizemos as contas

2 x 153 = 306
e
3 x 102 = 306

Se tivéssemos usado nossa receita, para saber se elas são equivalentes, teríamos:

$$\frac{2}{3} \times \frac{102}{153}$$

numerador da primeira vezes denominador da segunda: 2 x 153 = 306

denominador da primeira vezes numerador da segunda: 3 x 102 = 306

E como o resultado é igual, ficamos sabendo que as frações são equivalentes. As contas que fizemos para calcular os numeradores, usando a subtração, e as que usamos na “receita”, são as mesmas, e isto não é uma coincidência. Na verdade a “receita” é uma subtração simplificada, e podemos fazer isto porque, para saber se duas frações são equivalentes, usando a subtração, só interessam mesmo os numeradores: se, no fim, forem iguais, o resultado será zero, se não forem iguais, o resultado não será zero. A “receita” é como fazer só a parte da subtração que nos interessa neste caso:

$$\frac{2}{3}-\frac{102}{153}=\frac{2\times153}{\hbar\Xi\aleph}-\frac{3\times102}{\hbar\Xi\aleph}=\frac{306}{\hbar\Xi\aleph}-\frac{306}{\hbar\Xi\aleph}=\frac{0}{\hbar\Xi\aleph}=0$$

Os símbolos que estão nos denominadores, $\hbar\Xi\aleph$ indicam apenas que sabemos que, ao fazer a subtração, cada uma das frações depois do primeiro sinal de igual vai ter o mesmo denominador, este tal de $\hbar\Xi\aleph$. Mas para saber se as frações são equivalentes, não interessa que número é esse, interessa apenas olhar para o que acontece com os numeradores.

Muitas das técnicas da Matemática são produzidas desta maneira, abreviando-se alguma outra técnica conhecida, para torná-la mais prática.

Aqui queremos fazer um comentário importante. É verdade que as técnicas e algoritmos são melhores de usar quando são mais simples, mas não podemos nos esquecer de que é importante, também, saber *por que* elas funcionam. A principal razão para isto é que, do ponto de vista do pensamento humano, quando duas coisas que sabemos estão relacionadas para nós, cada uma delas se torna mais útil e mais presente. Neste caso das frações equivalentes, se eu me esquecer da receita, posso me lembrar de usar a idéia de que 5 – 5 = 0 e fazer uma subtração de frações para ver se elas são equivalentes. E como a receita foi relacionada à subtração, ao fazer a subtração posso reconstruí-la, posso lembrar-me de como era a receita.

De modo geral, é correto oferecer a nossos alunos e alunas a possibilidade de conhecerem técnicas e algoritmos mais simples, mas é também correto oferecer a eles acesso à origem destas técnicas e algoritmos. Nem sempre é fácil equilibrar as duas coisas, mas é importante tentar. No caso das frações nas séries iniciais, o melhor é se concentrar, caso se tenha que fazer uma escolha, no caminho para chegar aos algoritmos mais simplificados, concentrar-se na compreensão, e não na habilidade técnica.

E como comparar duas frações, saber qual delas é maior?

Para saber se duas frações são equivalentes, ou seja, iguais, podemos usar a subtração ou o procedimento mais abreviado, a “receita”. Mas e se elas não forem iguais, como saber qual delas é maior? Para isto nós vamos começar, também, com a subtração

Quem é maior, $\frac{11}{16}$ ou $\frac{3}{4}$? Vamos tentar fazer a subtração $\frac{11}{16}-\frac{3}{4}$:

$$\frac{11}{16}-\frac{3}{4}=\frac{11\times4-3\times16}{16\times4}=\frac{44-48}{64}$$

Usando apenas os números naturais, não podemos ir adiante, porque 44 é menor do que 48. Poderíamos usar números negativos, mas esta é outra história. Esta situação a que chegamos mostra que $\frac{3}{4}$ é maior que $\frac{11}{16}$. Por quê? Vamos escrever a subtração na forma mais longa

$$\frac{11}{16}-\frac{3}{4}=\frac{11\times 4}{16\times 4}-\frac{3\times 16}{16\times 4}=\frac{44}{64}-\frac{48}{64}=\frac{44-48}{64}$$

Talvez assim fique mais claro que chegamos àquela conclusão porque $\frac{11}{16}=\frac{44}{64}$ e $\frac{3}{4}=\frac{48}{64}$, e como $\frac{48}{64}$ é maior que $\frac{44}{64}$, concluímos que $\frac{3}{4}$ é maior que $\frac{11}{16}$.

Mas repare que, no fim das contas, o que importou mesmo não foi fazer a subtração até o fim, e sim o fato de que, no meio do caminho, achamos frações equivalentes a $\frac{3}{4}$ e a $\frac{11}{16}$, e comparamos estas novas frações, ao invés de comparar as originais. Concluímos então que o jeito mais direto de comparar duas frações é transformá-las em frações de mesmo denominador. Esta não é a única maneira, e mais adiante vamos ver algumas outras.

E para que serve comparar frações?

Um exemplo. Num jogo de futebol, Marcos chutou ao gol 8 vezes e fez dois gols, enquanto Geraldo chutou 14 vezes e fez três gols. Qual dos dois jogadores foi mais eficiente? Para quem simplesmente assiste ao jogo, pode parecer mais natural só pensar no número de gols que cada um fez: Geraldo fez mais gols, então foi melhor.

Mas para o treinador é importante saber se um jogador chuta muitas vezes, mas, em comparação com número de chutes, não vai tão bem, quer dizer, se a "pontaria" dele não está muito boa e ele precisa treinar mais.

Se compararmos as frações $\frac{2}{8}$, que corresponde ao desempenho de Marcos, e $\frac{3}{14}$, que corresponde ao desempenho de Geraldo, descobriremos que $\frac{2}{8}$ é maior que $\frac{3}{14}$. Isto quer dizer que Marcos, apesar de ter marcado menos gols, é mais eficiente que Geraldo. Por quê? Para comparar as duas, temos que encontrar frações equivalentes a cada uma delas, e que tenham o mesmo denominador. Usamos a técnica de multiplicar o numerador e o denominador da primeira por 14 (que é o denominador da segunda), e multiplicar o numerador e o denominador da segunda por 8 (que é o denominador da primeira), obtendo:

$$\frac{2}{8}=\frac{2\times 14}{8\times 14}=\frac{28}{112} \quad \text{e} \quad \frac{3}{14}=\frac{3\times 8}{14\times 8}=\frac{24}{112}$$

Olhe só. Como $\frac{2}{8} = \frac{28}{112}$, concluímos que se de cada 8 chutes Marcos faz dois gols, caso ele chutasse 112 (que é 8 x 14) vezes, faria 28 gols (2 x 14), enquanto que, como $\frac{3}{14} = \frac{24}{112}$, se Geraldo chutasse 112 (14 x 8) vezes faria 24 gols (3 x 8).

Conclusão: Marcos foi mais eficiente, tem a "pontaria" melhor.

Se você está pensando que isto não faz sentido, porque ninguém chuta a gol 112 vezes num jogo de futebol, e mesmo que chutasse as condições nem sempre são as mesmas, devemos concordar que num jogo de futebol real isso é verdade. Mas aquele modo de pensar faz sentido para o treinador, porque ao longo de um campeonato um jogador pode chutar muitas vezes ao gol, e mesmo que a comparação não dê um resultado preciso, ela pode dar uma indicação da tendência do que pode acontecer ao longo de muitos jogos.

Um outro exemplo. Suponha que na cidade A, 3 de cada 4 casas têm telefone, enquanto que na cidade B, 2 de cada 3 casas têm telefone. Qual delas está mais bem equipada em termos de telefonia? Não temos informação sobre o número de casas em cada cidade, de modo que não podemos fazer como no jogo de futebol, e dizer que "a cidade com mais telefones está melhor". Salvador tem maior número de telefones do que Ilhéus, com certeza, mas também tem muito mais casas que Ilhéus. E agora?

Para responder a esta pergunta, não precisamos saber quantas casas há em cada uma das cidades; o que vamos considerar é a *razão* entre número de casas com telefones e número total de casas, e podemos fazer isto comparando as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$. Feita a comparação, veremos que $\frac{3}{4}$ é maior que $\frac{2}{3}$, o que indica que a cidade A está mais bem servida de telefonia. Se você usar a técnica que usamos até aqui, que é achar frações equivalentes às duas, e com mesmo denominador, vai encontrar que

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{e} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

Isto é, se visitarmos 12 casas da cidade A, escolhidas ao acaso, é provável que 9 delas tenham telefone, enquanto que de 12 casas da cidade B, apenas 8 teriam telefone. É como no caso dos jogadores de futebol, quando comparamos a eficiência dos dois vendo quantos gols fariam se chutassem 112 vezes a gol. Proporcionalmente ao número de casas, a cidade A está melhor em telefonia que a cidade B, apesar de, talvez, ter um número de telefones menor.

Esta técnica de usar um denominador comum para comparar razões, que usamos no caso dos jogadores e das cidades, fica mais prática ainda com a introdução da idéia de porcentagem, na qual usamos sempre "frações" com denominador 100.

Por que usamos aspas na palavra "frações"?

A resposta é que, no uso em porcentagens, embora usemos o mesmo símbolo que usamos com as frações, com uma barra, um número em cima e um número embaixo, o "numerador" nem sempre é um número inteiro.

Por exemplo, quando escrevemos 15%, podemos representar esta razão com a fração $\frac{15}{100}$, mas se estivermos falando de "inflação anual de 12,5%", a "fração" que usaremos será $\frac{12,5}{100}$. A vantagem do uso de porcentagens, é que é sempre possível comparar, diretamente, duas razões expressas assim, sem necessidade de transformar frações em outras de mesmo denominador.

É uma situação muito parecida com os sistemas de medidas padronizados. O motivo pelo qual quase todos os países do mundo usam o sistema métrico decimal, é que assim não se precisa ficar fazendo conversão de unidades de medida. Nos Estados Unidos se usa um sistema chamado Imperial, no qual comprimentos são medidos em polegadas (cerca de 2,5cm), pés (1 pé = 12 polegadas) e jardas (1 jarda = 3 pés). Se uma empresa brasileira vender rolos de papel de embrulho para os Estados Unidos, vai indicar a largura em centímetros, só que lá as pessoas estão acostumadas a medir em polegadas. O que você acha de ir a uma loja comprar corda, e o vendedor lhe perguntar quantas jardas você quer?

Este problema da compatibilidade de sistemas de medidas teve, há alguns anos, uma conseqüência que custou caro, quando uma nave enviada ao espaço pelos Estados Unidos da América explodiu em meio à viagem. Descobriu-se depois que o projeto de algumas das peças havia sido encomendado a uma companhia de um país no qual se usa o sistema métrico decimal, enquanto o resto delas foi projetado usando o sistema Imperial, e na hora de fazer as peças, por problema de precisão, o ajuste não foi perfeito, causando uma explosão que destruiu uma nave de muitos milhões de dólares (sugestão: tente estimar quantas escolas se pode construir com um milhão de dólares).

No caso das cidades A e B, de que falamos acima, teríamos:

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\% \quad \text{e} \quad \frac{2}{3} \approx 0,67 = 67\%$$

e, comparando diretamente as porcentagens, concluímos que a cidade A está melhor em termos de telefonia (o símbolo "≈ " é usado, aqui, para dizer "aproximadamente", já que a divisão de 2 por 3 resulta em uma dízima periódica, um número com representação decimal infinita).

Há um jogador de basquete nos Estados Unidos da América, que em 2004 teve um aproveitamento de 0,418, ou 41,8%, ou $\frac{41,8}{100}$ em seus arremessos. Ele foi o melhor do ano. Aquela porcentagem quer dizer que em média, de cada 100 arremessos ele acertou cerca de 42.

Nada mal!

Para transformar uma razão em porcentagem:

1) dividimos o numerador pelo denominador: $3 \div 4 = 0,75$ e $2 \div 3 \approx 0,67$

(se achar melhor, pode usar uma calculadora).

2) multiplicamos os números obtidos por 100: $0,75 \times 100 = 75\%$ e $0,67 \times 100 \approx 67\%$

TI 3

Na fábrica A, de cada 200 lâmpadas produzidas 7 saem com defeito, enquanto que na fábrica B, de cada 80 produzidas, 3 são defeituosas. Compare as razões entre lâmpadas defeituosas e a produção de cada fábrica, e diga qual das fábricas tem mais cuidado com a produção de lâmpadas, A ou B.

Frações como *razões*

Na última seção empregamos a palavra *razão*, mas sem dizer muito o que é isto. Razão, em Matemática, pode ser entendida de duas maneiras um pouco diferentes.

A primeira delas é como "relação entre grandezas da mesma espécie". Esta não é uma definição simples, porque podemos nos perguntar, por exemplo, de que tipo de relação estamos falando. Mas é possível dar alguns exemplos. Podemos falar da *razão* entre duas superfícies, entre duas linhas ou entre dois corpos, e isto é útil em Geometria, quando queremos falar de *figuras semelhantes*.

Um outro modo de entender razão é como *quociente entre dois números*, e o uso da palavra "quociente" nos diz que estamos falando de divisão. Isto já apareceu neste caderno, quando falamos de porcentagens. Quando calculamos a porcentagem de pessoas com telefone na cidade A, primeiro dividimos 3 por 4. O resultado, 0,75, exprime a razão "3 para 4" como um número decimal. Depois multiplicamos por 100, e a expressão 75% exprime a *razão* "3 para 4" como porcentagem.

Um outro exemplo é o das velocidades. Quando dizemos que a velocidade média de um carro foi de 70 quilômetros por hora (70 km/h), estamos indicando que a *razão* entre a distância percorrida pelo carro e o tempo que ele levou para percorrê-la, a esta velocidade, foi 70.

	1	2	3	4	5	6	7
distância percorrida (em km)	35	70	140	175	210	280	700
tempo (h)	0,5	1	2	2,5	3	4	10

Podemos usar frações para representar cada uma destas razões:

	1	2	3	4	5	6	7
razão entre distância percorrida e tempo gasto	$\frac{35}{0,5}$	$\frac{70}{1}$	$\frac{140}{2}$	$\frac{175}{2,5}$	$\frac{210}{3}$	$\frac{280}{4}$	$\frac{700}{10}$

Se tomarmos cada uma destas frações e olharmos para elas como *divisões*, vamos ver que todas elas dão o mesmo resultado, o mesmo quociente:

1	2	3	4	5	6	7
35÷0,5=70	70÷1=70	140÷2=70	170÷2,5=70	210÷3=70	280÷4=70	700÷10=70

Em cada caso, o que fizemos foi dividir o numerador (o número de cima) pelo denominador (o de baixo). E o fato de que o resultado foi sempre o mesmo, quer dizer que todas aquelas razões são a mesma. Em todos aqueles casos, o carro andou com a mesma *velocidade média*, e isto corresponde a dizer que todas as "frações" na segunda tabela são equivalentes.

Razões podem ser entendidas como uma espécie de "representante geral" de algum fenômeno, como no caso das velocidades médias. É o que se costuma chamar de um *modelo* de um fenômeno. Vamos pegar um caso simples.

Alguém está batendo num tambor: tum-tum-tum-silêncio, tum-tum-tum-silêncio, tum-tum-tum-silêncio. Você identifica um *padrão*, que consiste em três batidas no tambor, seguidas de um silêncio. Podemos dizer que em três quartos do tempo temos uma batida no tambor, de modo que se você contar 20 tempos, pode *antecipar* que vai ouvir 15 batidas de tambor. As razões, usadas como modelos de fenômenos, podem nos ajudar a fazer previsões, estimativas: se eu viajar por 140 quilômetros, a 70 km/h vou demorar...? Se duas latas de molho de tomate custam R$ 3,20, e eu comprar 10 latas, vou gastar...?

Pensar em fração como razões, que podem ser calculadas ou aproximadas através de divisões, pode ser útil para compará-las. Por exemplo: quem é maior, $\frac{12}{60}$ ou $\frac{25}{100}$?

Com o auxílio de uma calculadora, se quiser, você descobre que 12÷60=0,2 e 25÷100=0,25, e, portanto, $\frac{12}{60}$ é menor que $\frac{25}{100}$, o que também pode ser escrito como,

$$\frac{12}{60} < \frac{25}{100}$$

Você também poderia ter simplificado cada fração, para achar que

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5} \text{ e } \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

e a primeira é menor que a segunda, porque se dividimos a unidade em 5 vai dar menos do que dividir a unidade em 4.

Nem sempre a divisão dá exata, e isto pode dificultar um pouco, mas a técnica ainda pode ajudar na comparação de frações. Quem é maior, $\frac{18}{7}$ ou $\frac{55}{20}$?

A divisão de 18 por 7 resulta em uma dízima períodica, um número na forma decimal, que não tem fim: 18÷7=2,571428571428571428..., onde os pontos querem, NESTE CASO, dizer que vai continuar assim, já que os três pontos são também usados na representação decimal de números irracionais, repetindo o período é 571428. Já a divisão da outra fração-razão resulta em: 55÷20=2,75.

Mesmo a primeira divisão tendo como resultado um decimal infinito (com infinitas casas decimais), a comparação pode ser feita, porque $18 \div 7 \cong 2,572$ (isto é, 18÷7 é *aproximadamente* 2,572), e comparando este número com 2,75, que corresponde à outra fração-razão, concluímos que $\frac{18}{7} < \frac{55}{20}$.

Há outras maneiras de comparar frações, que usam certos números (fracionários ou inteiros) como referência. É importante trabalhar estes outros métodos com as crianças, porque este trabalho ajuda a desenvolver a capacidade de pensar flexivelmente, de escolher entre métodos, ao invés de seguir apenas um.

Vamos dar alguns exemplos:

a) $\frac{12}{60} < \frac{25}{100}$, porque 12 é menos que um quarto de 60, e 25 é um quarto de 60

b) $\frac{53}{60} < \frac{102}{100}$, porque a primeira é menos que 1, e a segunda é mais que um

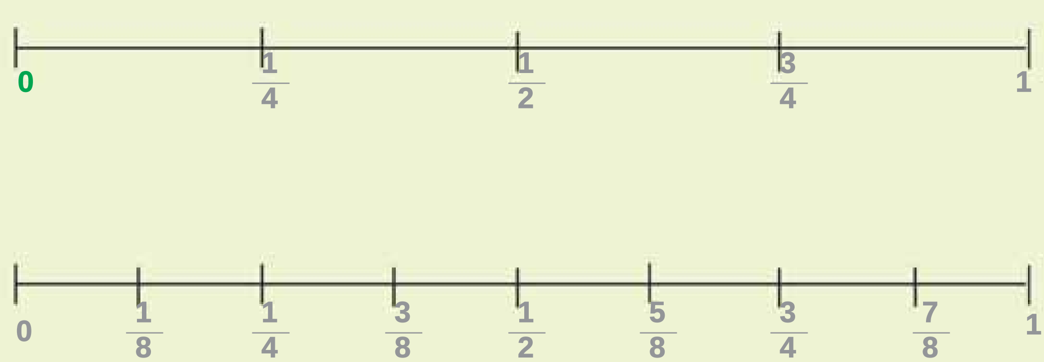
c) $\frac{34}{60} > \frac{48}{100}$, porque a primeira é mais que meio, e a segunda é menos que meio

Com a experiência, outras referências vão sendo utilizadas, como oitavos e terços. A atividade a seguir pode ajudar nisto.

TI 4

Localize, aproximadamente, cada uma das frações seguintes, nas três "réguas" abaixo:

$\frac{99}{100}$ $\frac{70}{140}$ $\frac{28}{90}$ $\frac{1}{98}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{456}{580}$ $\frac{102}{100}$



Como fazer multiplicações com frações?

Para fazer a conta $5 \times \frac{3}{4}$, podemos nos lembrar de que $\frac{3}{4}$ quer dizer, entre outras coisas, "3 partes do tipo um quarto". E associando com medidas em metros, por exemplo, vamos ver que $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$, porque "5 x (3 partes do tipo um quarto)" = "quinze partes do tipo um quarto", do mesmo modo que "5 x (3 metros) = 15 metros".

Para fazer a conta $\frac{3}{4} \times 5$, há dois modos de pensar, que queremos considerar (não são os únicos!).

A primeira é a seguinte. Se você acredita que, para quaisquer tipos de números com que trabalhamos na escola, a multiplicação é *comutativa*, isto é, que *a ordem dos fatores não altera o produto*, então $\frac{3}{4} \times 5 = 5 \times \frac{3}{4}$, e esta última você já sabe fazer, e o resultado é $\frac{15}{4}$, como vimos. Esta propriedade, de fato, vale para todos os números com que trabalhamos na escola, e você pode usar sempre.

Um outro modo de pensar, é olhar fração como indicando todo e partes. Para tomar $\frac{3}{4}$ de 5, dividimos 5 em 4 partes, e tomamos 3:

$$\frac{3}{4} \times 5 = (5 \div 4) \times 3 = 1{,}25 \times 3 = 3{,}75$$

Parece que a idéia não foi tão boa, porque terminamos com um número na forma decimal, e não na forma de fração. O que "deu errado" é que 5 não é *divisível* por 4, isto é, a divisão de 5 por 4 não dá exata.

Em casos como este, nossa sugestão é a de que você pense do primeiro modo, e faça a conta "trocada", $5 \times \frac{3}{4}$, para calcular $\frac{3}{4} \times 5$.

Se a conta fosse, por exemplo, $\frac{3}{4} \times 12$, teríamos,

$$\frac{3}{4} \times 12 = (12 \div 4) \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

quer dizer, se a divisão der exata, como neste caso, você pode fazer assim, sem problemas.

Por que é que separamos este caso, da multiplicação de um número natural por uma fração? Porque ele corresponde a um tipo específico de problemas, o que envolve calcular uma fração de uma *grandeza discreta*. Há problemas em que marcamos, ou estimamos, uma fração de uma *grandeza contínua*, como quando lidamos com áreas e comprimentos, e outros em que temos um certo número de coisas e queremos saber quantas delas correspondem a uma certa fração.

Por exemplo, se temos 80 laranjas e queremos pegar $\frac{3}{4}$ delas, como fazer o cálculo? A conta $\frac{3}{4} \times 80$ nos permite fazer este cálculo. Neste caso a multiplicação é entendida como se indicasse "$\frac{3}{4}$ de 80". Este é, em muitos livros didáticos, o modo pelo qual se começa a multiplicação com frações.

A associação entre "$\frac{3}{4} \times 80$" e "$\frac{3}{4}$ de 80" nos permite estender esta idéia a números decimais. Metade de 70 pode ser calculada com a conta $0{,}5 \times 70$, e um terço de 50 pode ser *aproximado* com a conta $0{,}33 \times 50$.

Há muitos estudos que mostram que as pessoas não aceitam muito que, para calcular o preço de meio litro de azeite, podemos usar uma multiplicação (por 0,5). É que crescemos com as idéias de que dividir diminui e multiplicar aumenta. Então, se é para calcular o preço de meio litro – que é menos *que um litro, só podemos dividir. Este trabalho com multiplicações por frações pode, também, ajudar nossos alunos a pensarem mais flexivelmente sobre a multiplicação.*

Para trabalhar com frações de quantidades discretas, você pode falar de tempo: quantos dias são um quinto de um ano? Quantos minutos são um quarto de hora? E meia hora? Quantas semanas correspondem a três sétimos de um ano?

Vamos ver, agora, como fazer com contas envolvendo pelo menos uma fração unitária (que tem numerador 1), como a conta $\frac{6}{4} \times \frac{1}{3}$. Como fazemos? Vamos começar lembrando que,

$$\frac{6}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{4}$$

Agora pensamos: "$\frac{1}{3}$ de alguma coisa é dividir a coisa em três partes iguais e pegar uma".

Como são "6 partes do tipo um quarto", se eu dividir em 3 vai dar "2 partes do tipo um quarto", muito parecido com dividir 6m por 3: "6 *metros* divididos por 3 dá 3 *metros*).

Escrito com frações:

$$\frac{6}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{4} = \frac{2}{4}$$

Nessa conta não houve problema, porque 6 (o número inicial de partes do tipo um quarto) dá para dividir por 3. Mas e se não desse, e se a conta fosse, por exemplo, $\frac{7}{4} \times \frac{1}{3}$?

A saída, aqui, é trabalhar com frações equivalentes. Se a fração $\frac{7}{4}$ tivesse um numerador que desse para dividir por 3, nosso problema estaria resolvido. Como ela não tem, vamos procurar alguma fração equivalente a $\frac{7}{4}$, mas que tenha denominador divisível por 3.

Você poderia fazer isto escrevendo uma lista de frações equivalentes a $\frac{7}{4}$, e testando para ver se o numerador de uma delas dá para dividir por 3, mas vamos dar uma dica para tornar o processo mais simples. Ao invés de ficar procurando e testando, multiplique o numerador e o denominador de $\frac{7}{4}$ por 3. Teremos,

$$\frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$$

Agora podemos fazer a conta

$$\frac{7}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{21}{12} = \frac{7}{12}$$

Para fazer a última passagem, pensamos como antes. Se forem "21 partes do tipo um doze avos", e queremos um terço disto, dividimos as 21 partes em 3, e pegamos um destes tantos, ficando com "7 partes do tipo um doze avos".

Como já dissemos antes, é sempre bom pensarmos no que estamos fazendo, também em Matemática, mas *na prática*, podemos, a partir do que fizemos, achar um algoritmo bem mais simples para multiplicações deste tipo. Observe que, no fim das contas, multiplicamos o numerador, 7, por 3, mas logo em seguida nós dividimos o resultado por 3.

Mas *multiplicar e dividir pelo mesmo número não muda nada* (se este número não for zero!):

$$(12 \div 4) \times 4 = 12$$
$$(35 \div 7) \times 7 = 35$$
$$(1000 \div 8) \times 8 = 1000$$

e assim por diante. Por isso, para fazer a conta $\frac{7}{4} \times \frac{1}{3}$ bastaria multiplicar 4 por 3, e o denominador passa a ser 12, e o numerador permanece 7.

Agora que sabemos multiplicar frações e números naturais, e sabemos multiplicar por frações unitárias, podemos juntar as duas coisas, e vamos ter um método para multiplicar frações de quaisquer tipos. Vamos fazer a conta $\frac{8}{5} \times \frac{3}{2}$:

i. $\frac{8}{5} = 8 \times \frac{1}{5}$ — $\frac{8}{5}$ são "oito partes do tipo $\frac{1}{5}$"

ii. $\frac{8}{5} \times \frac{3}{2} = (8 \times \frac{1}{5}) \times \frac{3}{2}$

iii. $(8 \times \frac{1}{5})\ \frac{3}{2} = 8 \times (\frac{1}{5} \times \frac{3}{2})$ — podemos reagrupar as multiplicações

iv. $8\ (\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}) = 8 \times \frac{3}{10}$

v. $8 \times \frac{3}{10} = \frac{24}{10}$

Juntando tudo:

$$\frac{8}{5} \times \frac{3}{2} = (8 \times \frac{1}{5}) \times \frac{3}{2} = 8 \times (\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}) = 8 \times \frac{3}{10} = \frac{24}{10}$$

ou

$$\frac{8}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{10}$$

Nós copiamos a conta resumida para você poder observar melhor que, na prática, o que fizemos foi multiplicar os numeradores (8 x 3) e multiplicar os denominadores (5 x 2). Este é o método prático que se usa para multiplicar duas frações:

Para multiplicar duas frações, basta multiplicar os numeradores entre si e os denominadores entre si.

$$5 \times \frac{3}{4} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{1 \times 4} = \frac{15}{4}$$

Usando letras para resumir e representar simbolicamente:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Vamos comparar esta expressão com a que demos para a soma e subtração de duas frações, para ter certeza de que são bastante diferentes:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$$

para a adição e

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

para a multiplicação

Lembre-se de não confundir as duas, porque se você fizer adições imitando o modo pelo qual fazemos multiplicações, vai terminar escrevendo que:

Como fazer divisões com frações?

Como será que fazemos a conta $\frac{6}{7} \div \frac{3}{4}$? Você se lembra de que falamos que uma fração pode ser entendida como representando uma divisão. Do mesmo modo, podemos transformar uma divisão em uma "fração". Usamos as aspas porque a expressão que aparece pode não se parecer com uma fração usual.

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{\frac{6}{7}}{\frac{3}{4}}$$

Se multiplicarmos o "numerador" desta "fração" (que é $\frac{6}{7}$) por um número diferente de zero e multiplicarmos o "denominador" (que é $\frac{3}{4}$) pelo *mesmo* número, vamos obter uma "fração" que é equivalente a ela. Isto é verdade mesmo que ela não se pareça com uma fração usual. Vamos fazer isto, mas o número escolhido para multiplicar o "numerador" e o "denominador" daquela fração vai ser "escolhido a dedo": vamos multiplicar por $\frac{4}{3}$.

Antes de fazer mais contas, vamos refletir um pouco. Pare e pense se você percebe por que fizemos esta escolha.

Vamos em frente.

$$\frac{\frac{6}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{6}{7}\times\frac{4}{3}}{\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}} = \frac{\frac{6\times4}{7\times3}}{\frac{3\times4}{4\times3}} = \frac{\frac{24}{21}}{\frac{12}{12}} = \frac{\frac{24}{21}}{1} = \frac{24}{21}$$

E agora vamos olhar cada passagem.

Começamos multiplicando em cima e embaixo pelo mesmo número, $\frac{4}{3}$, e fazemos as multiplicações de frações usando o método que vimos antes. Depois de multiplicar as frações, temos o "denominador" $\frac{12}{12}$, que é equivalente a 1, e como dividir por 1 não altera o número sendo dividido, o resultado final é apenas o "numerador", neste caso $\frac{24}{21}$.

Quando dissemos que o número $\frac{4}{3}$ tinha sido "escolhido a dedo", isto era verdade. Para saber quem seria este número, pegamos $\frac{3}{4}$, que era o "denominador" de nossa "fração" original, e o *invertemos*: a partir do $\frac{3}{4}$, produzimos o $\frac{4}{3}$. A razão para isto é que quando multiplicássemos os dois, o resultado seria 1, porque os produtos dos numeradores e dos denominadores seria igual:

$$3 \times 4 = 4 \times 3 = 12$$

Como aconteceu antes, olhando em detalhe para uma conta que fizemos, podemos criar um método mais simples de fazê-la. Neste caso:

Para dividir uma fração por outra, inverta a segunda (isto é, troque numerador de lugar com denominador) e multiplique as frações resultantes

Podemos usar letras para resumir e expressar de modo simbólico:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Como comparar frações usando a divisão?

Pense em dois números naturais, diferentes de zero, e divida o primeiro pelo segundo (pode usar uma calculadora!). Se o resultado for menor que 1, o primeiro é menor que o segundo, se der igual a 1 os dois são iguais, e se der maior que 1, o primeiro é maior que o segundo. Veja alguns exemplos:

1. $17 \div 30 \cong 0{,}567$, e $17 < 30$
2. $25 \div 15 \cong 1{,}67$, e $25 > 15$
3. $1787 \div 1787 = 1$, e $1787 = 1787$ (surpresa!)

O mesmo acontece com as frações, que também representam números. Isto quer dizer que podemos usar a divisão para comparar frações, do mesmo jeito que usamos com os naturais.

Quem é maior, $\frac{6}{7}$ ou $\frac{3}{4}$? Solução:

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{6}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{24}{21}$$

e como o resultado é maior que 1, $\frac{6}{7} > \frac{3}{4}$. E funciona sempre, assim como com todos os números com que trabalhamos na escola, menos os "estranhos" *números complexos*, porque quando trabalhamos com números complexos não falamos de *ordem*, de maior e menor, apenas de igual ou não!

Pró Letramento

Matemática

Grandezas e Medidas

fascículo 5

Mara Sueli Simão Moraes

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Sumário

Apresentação

Este fascículo aborda temas do bloco de conteúdos Grandezas e Medidas elencado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.

Pelo estudo de temas vinculados a Grandezas e Medidas, pretende-se estimular reflexões e discussões sobre a conexão entre a Matemática e o cotidiano, entre diferentes temas matemáticos e ainda em relação à Matemática e outras áreas do conhecimento. Pretende-se, dessa forma, propiciar aos participantes condições de:

- conhecer aspectos históricos da construção do conhecimento sobre grandezas e medidas e suas implicações didático-pedagógicas;

- compreender o conceito de medidas, os processos de medição e a necessidade de adoção de unidades-padrão de medidas;

- estabelecer conexões entre grandezas e medidas com outros temas matemáticos como, por exemplo, os números racionais positivos e suas representações;

- compreender, pelo conhecimento da história das medidas, que os números racionais surgem como frações da unidade para suprir necessidades humanas de realizar medições;

- tratar da construção dos significados dos números racionais, significados estes de parte-todo, de quociente e de razão;

- lidar com os obstáculos da aprendizagem dos números racionais pelas crianças acostumadas a trabalhar com números naturais;

- analisar atividades verificando a importância e o acentuado caráter prático do tema Grandezas e Medidas, bem como as conexões desse tema com outras áreas de conhecimento, na perspectiva da transversalidade; e

- analisar atividades de medidas relacionando-as, sempre que possível, aos números racionais em suas representações fracionárias e decimais.

Os trabalhos foram selecionados na perspectiva de alcançar as metas acima expostas. Foram agrupados em Textos, Projetos e Atividades. O primeiro texto e os dois projetos devem ser analisados e discutidos em grupo, durante os trabalhos presenciais no quinto encontro; as atividades foram elaboradas para aplicação em salas de aula durante a primeira semana da quinzena de trabalhos individuais, período em que deverá ser estudado, também, o segundo texto.

O primeiro texto aborda a necessidade do conhecimento sobre medidas no cotidiano, o significado de medir, as diversas grandezas que precisamos saber medir, a vinculação entre as medidas e os números racionais, mostrando como esse conhecimento deve ser abordado nas escolas. O segundo texto mostra a construção do conceito de medidas e a evolução dos processos de medição ao longo da história da humanidade, complementando teoricamente o trabalho desenvolvido.

O primeiro projeto é composto de atividades criadas em torno do tema NOSSA ALIMENTAÇÃO. Foram planejadas para propiciar condições de desenvolver os conteúdos matemáticos: medidas de comprimento e os diversos modos de medição, convencionais ou não, operações simples utilizando o sistema monetário brasileiro e a identificação e utilização das medidas de temperatura. Como eixos de discussão com os alunos, surgem questões relacionadas à saúde, ao trabalho e ao consumo. O segundo projeto, em torno do tema O LIXO, aborda os conteúdos matemáticos: medidas de massa, medidas de capacidade, medidas de tempo, números racionais na forma decimal e fracionária e frações equivalentes, tendo como eixo de discussões as questões ambientais relacionadas com a produção e destinação do lixo em suas diversas modalidades.

São quatro as atividades sugeridas para que os participantes escolham uma delas para aplicação em sala de aula. Enfocam medidas de tempo e de comprimento, áreas e medidas de áreas, operações com números decimais, tendo como eixos de reflexão as discriminações comumente associadas às representações sociais do homem e da mulher e à diversidade etno-cultural brasileira, a questão da divisão de terras no Brasil, questões relacionadas com a saúde e o consumo.

Encerramos com um convite: “Relembrando nosso encontro...”, com alguns exercícios para você.

Esperamos contribuir, de alguma forma, com o sucesso do seu trabalho de educar.

Fascículo 5 - Grandezas e Medidas

Roteiro de trabalho para o encontro

Pensando Juntos

Olá, pessoal! Vamos iniciar este quinto fascículo socializando nossas reflexões e realizações durante a quinzena transcorrida. O que representaram para cada um do grupo as lições do quarto fascículo? Como resolvemos as questões propostas? Que dúvidas restaram? Quais aspectos gostaríamos de debater com os colegas?

Aproveitemos para confrontar as respostas que encontramos, discutindo convergências e divergências, e, principalmente, para refletir em conjunto sobre as implicações do que aprendemos no fascículo 4 para nossa prática docente.

As tarefas individuais realizadas deverão ser entregues ao tutor.

Tarefa 1

Elaborar, em conjunto, uma avaliação das tarefas individuais do fascículo 4 realizadas.

Trabalhando em grupo

No primeiro contato com o tema do Fascículo 5, os participantes, em pequenos grupos (aproximadamente 4 pessoas), farão a leitura do Texto *Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental*, discutindo e resolvendo as questões colocadas em seguida. Após, os participantes deverão dividir-se em dois grandes grupos para analisar os projetos que aqui apresentamos, um para cada grupo, concluindo esta atividade com cada grupo apresentando ao outro o projeto que analisou. Uma síntese dos trabalhos do dia e o planejamento das atividades individuais encerrarão este encontro.

1. Texto para leitura:

Grandezas e medidas no ensino fundamental

Os Referenciais Curriculares Nacionais para Educação Infantil (RCNEI) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam Grandezas e Medidas como um bloco de conteúdos para a Matemática na Educação Infantil para crianças de quatro a seis anos e, no Ensino Fundamental, desde os primeiros anos de escolarização, tendo em vista a importância atribuída ao assunto. Essa importância é caracterizada por ser um conteúdo vinculado ao cotidiano do aluno, de relevância no mundo em que vivemos.

Refletindo sobre a questão: **O que você já mediu hoje?**

Muitas pessoas poderiam responder que mediram o tecido na loja, a temperatura de uma criança, pesaram os legumes no supermercado, mediram sua pressão arterial, quanto receberão pelas horas extras trabalhadas e quanto irão pagar de juros na prestação atrasada. Assim, conclui-se que são tantas as situações nas quais a necessidade de medir as coisas se faz presente no mundo contemporâneo, que se torna impossível pensar em ser cidadão e desconhecer tão importante conteúdo. Muitos são marginalizados ou enganados no dia-a-dia por não saberem utilizá-lo com segurança.

Pelas respostas pode-se notar que Grandezas e Medidas são ferramentas necessárias para que os alunos se apropriem do conhecimento científico-tecnológico contemporâneo.

Muitas atividades cotidianas das crianças envolvem medidas, como por exemplo, observar os tamanhos dos objetos, pesos, volumes, temperaturas diferentes e outras. Os pais, professores, adultos em geral ou mesmo crianças mais velhas, são as pessoas que demarcam essas diferenças para os menores: maior que, menor que, mais longe, mais perto, mais quente, mais frio, etc.

A partir dessas práticas adquiridas da convivência social das crianças, deve a professora ou o professor propor situações-problema, visando à ampliação, ao aprofundamento de seus conhecimentos e à construção de novos significados.

Um exemplo simples é a preparação de um alimento. Essa atividade possibilita um importante trabalho, envolvendo diferentes unidades de medida, como o tempo de cozimento e a quantidade dos ingredientes: litro, quilograma, colher, xícara, pitada, etc.

Assim, ao longo do Ensino Fundamental, as atividades propostas devem propiciar a compreensão do processo de medição.

Mas que significa medir?

Medir significa comparar grandezas de mesma natureza.

No processo de medição, alguns aspectos devem ser levados em conta:

· é necessário escolher uma unidade adequada, comparar essa unidade com o objeto que se deseja medir e contar o número de unidades que foram utilizadas;

· a unidade escolhida arbitrariamente deve ser da mesma natureza do atributo que se deseja medir, e deve-se levar em conta o tamanho do objeto a ser medido e a precisão que se pretende alcançar nessa medição;

· quanto maior o tamanho da unidade, menor é o número de vezes que a utilizamos para medir um objeto.

Assim, por exemplo: pode-se pedir para os alunos medirem as grandezas comprimento e largura do tampo de suas carteiras, usando algum objeto como unidade. Eles poderão escolher uma régua, uma borracha ou um lápis. Os resultados encontrados serão diferentes, em razão da diferença dos objetos escolhidos como unidade de medida. Essa constatação deve ser amplamente discutida com as crianças.

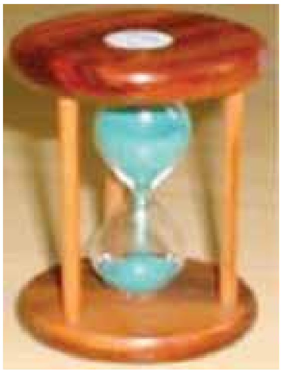
Se pedirmos às crianças para medirem o comprimento e a largura de sua sala de aula, provavelmente escolherão outras unidades de medida diferentes das anteriores. Elas poderão medir com os seus pés, com os seus passos ou com uma barra de madeira maior. Com certeza, essas unidades de medidas são mais adequadas para essa medição do que as do exemplo anterior. Quando as crianças usam unidades de medidas como passo, palmo etc., é fundamental discutirmos com elas que, como pessoas têm tamanhos diferentes, encontramos números diferentes para expressar a mesma medida.

Portanto, perguntas do tipo: Qual número encontrado pelos alunos nessa medição é o mais correto?, é respondida da seguinte forma: todos os resultados são igualmente corretos, pois eles expressam medidas realizadas com unidades diferentes.

Embora possamos medir qualquer objeto usando padrões não-convencionais de medida, como os pés, o passo, a borracha, etc., deve-se discutir com as crianças a importância e a adequação de adotar-se em certas situações unidades-padrão de medida, que constituem sistemas convencionais de medida e facilitam a comunicação entre as pessoas.

O tempo passa... Dá para medir esta passagem?

Entre as grandezas, o tempo pode somente ser marcado. Para isto utiliza-se pontos de referência e o encadeamento de várias relações, do tipo: dia e noite, manhã, tarde e noite, passado e futuro, antes, agora e depois, os dias da semana, o ano, e outros. Atividades usando os calendários para localizar e marcar as datas de aniversários das crianças, o tempo que falta para alguma festa e o seu próprio dia, agendar a data de um passeio, localizar as fases da lua, como também a observação das suas características e regularidades (sete dias por semana, a quantidade de dias em cada mês etc.) propiciam a estruturação do pensamento das crianças das primeiras séries do Ensino Fundamental.



www.luamistica.com.br

E a temperatura?

Como o tempo, pode-se somente marcar a temperatura. Pode-se marcar e ordenar a temperatura segundo uma escala numérica, tomando por base um valor estável como ponto de referência, que no caso da temperatura é a temperatura do gelo derretendo. Sempre que for preciso saber com precisão qual é a temperatura, recorremos ao termômetro que é um instrumento de marcação.

Dinheiro vai, dinheiro vem...

Uma das grandezas com que as crianças têm contato logo cedo é o dinheiro. Essa grandeza relaciona os números e medidas, incentiva a contagem, o cálculo mental e o cálculo estimativo. O uso de cédulas e moedas, verdadeiras ou imitações, constitui-se em um material didático-pedagógico muito farto. Além de propiciar atividades didáticas do tipo fazer trocas, comparar valores, fazer operações, resolver problemas, trabalhar com os números naturais e os números decimais, pode-se explorar o valor que o dinheiro representa em relação aos objetos e ao trabalho, iniciando a abordagem do tema transversal Trabalho e Consumo.

http//ritellecobranca.neomarkets.com.br

Grandezas, Medidas e Números Racionais

As medidas são um antigo conhecimento construído pela humanidade. Desde a Antigüidade diferentes civilizações se dedicaram à comparação de grandezas. Entre tantas outras necessidades de medição, as antigas civilizações tiveram a necessidade da expressão numérica da medição das terras que margeavam os rios que eram fundamentais para a sua sobrevivência.

Na prática de medição, o homem percebeu que as unidades padrões escolhidas raramente cabiam um número inteiro de vezes na grandeza a medir. O mais freqüente, ao aplicar-se a unidade à grandeza a ser medida, era sobrar uma parte inferior à unidade considerada. Os números naturais, único instrumento numérico conhecido na época, eram insuficientes para exprimir a medida de determinadas grandezas. Para obter uma maior aproximação da medida real da grandeza (comprimento, área etc.), a solução foi subdividir a unidade num certo número de partes iguais, criando-se as frações da unidade. Dessa forma, a partir de suas necessidades, o homem criou um novo campo numérico: os números racionais.

Hoje nas escolas...


http//www.cepa.if.usp.br/

De acordo com os PCN-Matemática (1997, p. 101), esta é uma das ênfases da abordagem dos números racionais nas séries do 2º ciclo do Ensino Fundamental: levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas.

Para tanto, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as atividades envolvendo grandezas e medidas não só de comprimento, mas também de massa, de capacidade, de tempo e de temperatura, devem ser amplamente apresentadas às crianças, pois é com base nesse repertório construído pelas crianças que podem ser estabelecidas conexões com outro tema importante, que é o estudo dos números racionais em suas representações fracionárias e decimais.

A construção dos significados dos números racionais é bastante complexa, pois uma fração como 2/3, por exemplo, pode estar relacionada à divisão de duas folhas de papel para 3 crianças, ou à parte que cabe a um menino que come dois dos três pedaços (iguais) de um chocolate, ou ao fato de que, a cada três alunos de uma sala, dois são surfistas. Em resumo, aos números racionais estão associados significados de parte-todo, quociente e razão.

O trabalho com os significados e com as representações dos números demanda um tempo considerável, mas extremamente importante, pois é um dos primeiros momentos, na construção de seus conhecimentos, em que a criança precisará romper com conhecimentos anteriormente construídos sobre os números.

É natural que elas raciocinem sobre os números racionais como faziam anteriormente sobre os números naturais. Os chamados obstáculos epistemológicos são apresentados nos PCN-Matemática (1997, p.101-102):

- um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}$ e $\frac{4}{12}$ são diferentes representações de um mesmo número;

- outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;

- se o tamanho da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza, no caso dos números naturais (8345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;

- se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10; e

- se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que, entre dois números racionais quaisquer, é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81; 0,815 ou 0,87.

No nosso dia-dia, os números racionais aparecem mais na sua representação decimal do que na forma fracionária. As representações decimais são utilizadas, por exemplo, nos sistemas de medida e monetário. Com o uso das calculadoras, as representações decimais tornaram-se ainda mais freqüentes.

Um trabalho interessante descrito nos PCN-Matemática (1997, p.102) consiste em utilizar as calculadoras para o estudo das representações decimais na escola. Por meio de atividades em que os alunos são convidados a dividir, usando a calculadora, 1 por 2, 1 por 3, 1 por 4, 1 por 5 etc., e a levantar hipóteses sobre as escritas que aparecem no visor da calculadora, eles começarão a interpretar o significado dessas representações decimais.

Trabalhando com atividades de cálculo com os números racionais na forma decimal, vinculados a situações-problema: as crianças podem fazer estimativas e identificar intervalos que tornem essa estimativa aceitável ou não. Assim, por exemplo, ao resolver o problema "Qual é o valor do perímetro de uma figura retangular que mede 13,2 cm de um lado e 7,7 cm do outro?", o aluno pode recorrer a um procedimento por estimativa, calculando um resultado aproximado (2 x 13 + 2 x 8), que lhe dá uma boa referência para conferir o resultado exato, obtido por meio de um procedimento de cálculo escrito (PCN-Matemática, 1997, p.125).

A abordagem de grandezas e medidas de comprimento, áreas e volumes, realizada juntamente com o trabalho com números decimais e frações, assim como sua evolução histórica, amplia o significado dos números e das operações, bem como melhora a compreensão dos conceitos relativos ao espaço e às formas.

Tarefa 2

Refletindo sobre o texto

· Em pequenos grupos de aproximadamente 4 pessoas, discutam os aspectos relevantes destacados durante a leitura do texto.

· Discutam entre si e com o tutor as possíveis dúvidas sobre o texto.

· Analisem livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental procurando identificar o tratamento que é dado, nos textos, aos temas grandezas, medidas e números racionais, seguindo o roteiro abaixo:

a) Que tipos de atividades são propostas para tratar grandezas e medidas?

b) Nas atividades sobre grandezas e medidas, há maior ênfase no trabalho com números inteiros ou com números racionais?

c) As reflexões apresentadas no texto sobre o processo de medição são contempladas nos livros?

d) Como são apresentados os números racionais? Há maior ênfase no trabalho com representações decimais ou fracionárias?

e) As atividades propostas permitem a articulação entre grandezas, medidas e números racionais?

f) A calculadora é proposta como recurso para discussão das representações decimais dos números racionais?

Tarefa 3

Projetos sobre Grandezas e Medidas[1]

Dividam-se em dois grandes grupos:

a) cada grupo estudará um dos projetos apresentados a seguir, e,

b) ao final, um grupo apresentará ao outro o projeto que estudou e se julgarem conveniente, podem constituir sub-grupos para realizarem as apresentações.

Projeto A – Nossa Alimentação (Primeiro Ciclo: 1ª e 2ª séries)

Atividade 1: Vamos construir um canteiro de horta?

Objetivos

Clipart do Windows

· Compreender o conceito de medidas de comprimento, por meio da construção de um canteiro de horta, utilizando diferentes instrumentos de medidas, convencionais e não convencionais, de forma a reconhecer o metro como unidade padrão de medida.

· Identificar as diferentes formas de desperdício de alimentos.

· Refletir sobre a valorização do trabalho.

Material: Fita métrica, material para fazer medidas não convencionais como por exemplo (barbante, pedaços de madeira, metro feito de canudinhos), sementes de hortaliças, folhas de sulfite, estacas de madeira e adubo.

Descrição da Atividade

[1] Na elaboração das atividades deste fascículo houve a colaboração da Prof ª Ms. Janete Marmontel Mariani, professora das séries iniciais do Ensino Fundamental, da professora de Matemática Fabiana Cezário de Almeida, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP/Bauru e dos(as) alunos(as) da Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências da UNESP/Bauru: Amanda Diniz Sotero de Menezes, Amanda Tonetti Qualhareli, Ana Carolina Serrata Malfitano, André Luiz Baú, André Luis Martins Lopes, Andréia Aparecida da Silva Brito, Caio de Godoy Camargo, Eduardo Morais Junior, Germano de Jesus Tobias, Luiz Gustavo Rodrigues, Mabi Katien Batista de Paula e Natália Abrantes.

1º Dia: A professora ou professor inicia a atividade levantando as seguintes questões:

- Quem sabe para que serve uma horta?

- Uma horta na escola poderá ajudar em nossa alimentação?

- Que tipos de alimentos poderíamos plantar em uma horta?

A professora ou o professor deve ficar atento às respostas dos alunos e anotar algumas. Nesse momento, poderá ressaltar a importância de respeitar a vez e a opinião dos outros.

2º Dia: A professora ou o professor leva os alunos para uma visita previamente agendada a uma horta, já conhecida pelo docente. Após a visita, pergunta:

- Em nossa escola, há um espaço no qual possamos construir uma horta?

- O que precisaria ser feito para construirmos uma horta?

A professora ou o professor anota as respostas dos alunos e explica o que é preciso para uma horta como terra boa, espaço, luz, cuidado, entre outros e, entregando uma folha de sulfite para cada aluno, pede-lhes que desenhem sobre a visita feita à horta. No final da aula, pede-se aos alunos que tragam no dia seguinte uma fita métrica.

Clipart do Windows

3º Dia: A professora ou o professor leva os alunos ao local do canteiro para demarcar o terreno. Essas demarcações podem ser feitas com estacas de madeira. Com o terreno já marcado, pede-se aos alunos que, em grupos, façam as medições do terreno utilizando primeiramente os pés: os alunos devem colocar um pé após o outro, fazendo a contagem e anotando a quantidade. Depois, devem fazer as medições com o pedaço de madeira, anotando os resultados e finalmente, devem medir com a fita métrica, fazendo também as anotações. A professora ou o professor deve garantir que no mínimo três crianças (que tenham os pés com tamanhos diferentes) participem das medições feitas com os pés.

A professora ou o professor recolhe as anotações dos alunos e prepara uma tabela na cartolina com os dados.

4ºDia: Com o cartaz preso na lousa, a professora ou o professor pode lançar as questões:

- Olhem para o cartaz. Quando mediram o terreno com passos, as medidas ficaram iguais? Quem poderia dizer o porquê? E com o pedaço de madeira?

- Olhem para a coluna em que constam as medidas feitas com a fita métrica. Essas estão iguais? Por quê? Alguém poderia responder?

A professora ou o professor deve evidenciar as diferenças nas medições realizadas com os pés das crianças e a igualdade nas medições utilizando o pedaço de madeira e a fita métrica. Explica também que para medições feitas com os pés, deve-se utilizar apenas uma criança para não obter medidas diferentes, já que os pés das pessoas têm medidas distintas.

Para a construção dos novos canteiros, a professora ou o professor opta por trabalhar com a fita métrica, pois trata-se de um instrumento de medida padronizado e de fácil obtenção. Na falta desta, qualquer outro padrão de medida poderá ser utilizado, por exemplo um simples pedaço de barbante, desde que todas as medições sejam feitas com ele. Pode-se também trabalhar com o pedaço de madeira utilizado inicialmente.

Terminada essa discussão, a professora ou o professor levanta a seguinte questão:

- O que poderemos plantar em nosso canteiro para construirmos a horta?

Os alunos fazem suas sugestões e a professora ou o professor deve estar atento aos tipos de alimentos que podem ou não ser plantados. Podem ser utilizados um, dois ou três tipos de sementes, de acordo com a quantidade de canteiros planejada.

5º Dia: A professora ou o professor traz para a sala as sementes que serão plantadas utilizando as instruções de plantio contidas nas embalagens e pergunta:

- As nossas hortaliças crescerão bem se ficarem uma ao lado da outra, sem espaço? Quem poderia responder?

Após os alunos responderem, a professora ou o professor explica que cada vegetal deve ser plantado respeitando certa distância um do outro para que possam crescer de forma saudável, e que as covas precisarão ter uma certa profundidade para que nelas possam ser depositadas as sementes. Os alunos voltam ao canteiro para fazer as covas, podendo medir a distância entre as mesmas e a profundidade com uma régua, sempre com o auxílio da professora ou do professor. Com as covas já prontas, distribui as sementes aos alunos que, então, farão o plantio.

6º Dia: A professora ou o professor entrega uma folha de sulfite para cada aluno e pede para eles desenharem como ficou o canteiro de horta após o plantio. Feitos os desenhos, a professora ou o professor pode relembrar com os alunos a visita à horta que fizeram no início desta atividade, todo o trabalho que foi desenvolvido, as dificuldades para cuidar de uma horta, a responsabilidade, como também explicar que o trabalho da turma está sendo reconhecido por eles e por toda a escola. Após a reflexão, a professora ou o professor lança as questões:

- O que precisamos fazer para que nossas hortaliças cresçam?

- Poderíamos construir uma horta em nossa casa utilizando essas medidas?

- E quando a nossa plantação crescer, o que faremos com os alimentos plantados?

- Foi importante trabalharmos para construção da horta? Por quê?

- É importante que nossa alimentação tenha esses tipos de alimentos que plantamos?

Orientações:

É importante que a professora ou o professor monte uma tabela com colunas para anotar os resultados das medições com os passos, com a madeira ou outro tipo de instrumento e fita métrica para que os alunos não se percam ao fazerem suas anotações, como também fique atento se todos estão participando. A professora ou o professor pode fazer um cartaz para o acompanhamento do crescimento dos alimentos plantados, pedindo para os alunos (que poderão ser escalados por sorteio), a cada três dias, observarem como está a horta e desenharem nesse cartaz. Como também montar duplas para regar a horta todos os dias.

A professora ou o professor deve ficar atento às respostas dos alunos, discutindo com eles sobre a importância de cuidar da horta, como manuseá-la, sobre o cuidado para não desperdiçar o que temos para comer e o valor que devemos dar ao fruto do nosso trabalho, ressaltando que tem muitas crianças que não comem na escola, pois esta não oferece alimentação.

Essa atividade é bem longa, portanto sugerimos que seja iniciada em uma época do ano que possibilite aos alunos acompanhar o crescimento dos vegetais, adquirindo o hábito de lidar com a horta, molhar, colocar adubo, retirar pragas que possam prejudicá-la e colher o alimento que plantaram.

Sugerimos também que seja utilizado o metro feito com canudinhos (consiste de um barbante de 1m de comprimento no qual são colocados 100 pedaços de canudinhos cortados em tamanho de 1cm).

Sobre...

Medida de comprimento:

A unidade fundamental das medidas de comprimento é o metro.

Vejamos o quadro de seus múltiplos e submúltiplos, que são unidades secundárias, dispostas na ordem decrescente.

Múltiplos			u.f.	Submúltiplos		
quilômetro	**hectômetro**	**decâmetro**	**metro**	**decímetro**	**centímetro**	**milímetro**
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
1 000 m	**100 m**	**10 m**	**1 m**	**0,1 m**	**0,01 m**	**0,001 m**

Cada unidade de comprimento é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Exemplo de transformação:

a) 20m = 2 000cm b) 30dam = 0,3km

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			20	**200**	**2 000**	
0,3	**3**	**30**				

Atividade 2: Fazendo a feira

Objetivos

· Incentivar hábitos alimentares saudáveis na criança.

· Resolver operações simples através de situações-problema utilizando o sistema monetário.

Material: Cartolina, papel sulfite, lápis borracha, produtos da feira (frutas e legumes de plástico ou verdadeiros), réplicas de dinheiro e de moedas.

Descrição da atividade:

1° Dia: A professora ou o professor traz para a sala de aula produtos vendidos na feira local, como também fichas com os respectivos valores (preços), em reais ou centavos. Esses produtos poderão ser emprestados da cozinha da escola, se for preciso, e organizados em uma mesa como se fosse uma banca de feira. A seguir, levanta questões do tipo:

- Vocês conhecem esses alimentos?

- Em nossa horta plantamos algum desses alimentos?

- Eles são importantes para a nossa alimentação?

Após as discussões, a professora ou o professor trabalha com as fichas de valores dos produtos fazendo questionamentos como, por exemplo, os seguintes:

- Quais dessas fichas colocaremos sobre o tomate? E na laranja?

A professora ou o professor coloca as fichas dos preços próximas aos alimentos de acordo com as sugestões dos alunos. Em seguida, faz uma lista na lousa com os nomes dos produtos e com os preços reais para os alunos compararem e verificarem possíveis enganos. Após a discussão com as crianças, a professora ou o professor reorganiza os preços dos produtos pedindo para elas desenharem o produto de maior valor e o de menor valor.

2° Dia: A professora ou o professor traz réplicas de notas e de moedas para a sala, divide a classe em grupos e distribui uma quantidade de notas e moedas para cada grupo. Na lousa, a professora ou o professor coloca as fichas com os nomes dos alimentos, os desenhos dos produtos e seus respectivos valores. Em seguida, propõe situações em que as crianças deverão vender os produtos para os companheiros do grupo. Por exemplo, em cada grupo deve haver um dono da "banca" da feira, sendo os demais compradores ou fregueses.

A professora ou o professor explica aos alunos que cada um que fizer uma compra deve anotar a quantidade e o que comprou, qual foi o valor que gastou, quanto deu de dinheiro para o dono ou dona da banca e quanto recebeu de troco (se houver troco). Deve-se ficar atento aos grupos, auxiliando sempre que for necessário. Os alunos deverão fazer a atividade durante um determinado tempo e depois entregar as anotações do grupo.

3° Dia: Com os registros dos grupos do dia anterior em mãos, seleciona-se alguns pedindo-lhes para vir à lousa e explicar como chegaram aos resultados obtidos, ou seja, fazendo perguntas do tipo:

- Rafael, como você fez para chegar no valor total que gastou? Vem aqui, na lousa, mostrar para nós.

- Carolina, como você fez para dar o troco para o Rafael?

- Qual de vocês gastou mais?

- Roberta, o que você comprou? Ficou muito caro?

E outras perguntas que se fizerem necessárias. Após as explicações dos alunos, a professora ou o professor sistematiza esses dados em forma de situações-problema na lousa para todos resolverem no caderno, baseando-se nas compras e gastos dos grupos, explicando as operações básicas que foram utilizadas. Por exemplo:

João possuía 10 reais e comprou 4 quilos de tomates que custavam 2 reais o quilo. Quanto ele gastou? Sobrou algum troco? Se João tivesse apenas 7 reais e se o quilo do produto que ele quisesse comprar custasse 2 reais, quantos quilos João poderia comprar?

4º Dia: Após a sistematização dos problemas, a professora ou o professor pode, também, levantar questões do tipo:

- Poderíamos retirar de nossa horta esses alimentos que compramos na feira?

- Os produtos que estavam sendo vendidos em nossa feira são importantes para nossa alimentação?

- Se comprarmos muita coisa, não correremos o risco de desperdiçar comida e dinheiro?

- Em nossa casa, os alimentos que comemos em nossas refeições também são importantes para a nossa saúde e alimentação?

Em seguida, a professora ou o professor exemplifica que existem alimentos que podem ser substituídos por outros com mesmo valor nutricional, muitas vezes com menor preço, e reforça a importância de uma alimentação saudável, explicando que o alimento ingerido exerce grande influência na saúde, podendo prevenir ou controlar doenças. Pode concluir dizendo que saber aproveitar os alimentos da nossa região integralmente, é um bom passo para uma melhor qualidade de vida, além de gastarmos menos.

Orientações:

Ao montar a feira, a professora ou o professor pode utilizar alimentos produzidos na região para enfatizar a culinária local, valorizando a merenda que possui os nutrientes necessários para uma boa alimentação. Pode também trabalhar a questão do desperdício de alimentos e o consumismo, chamar a atenção para os produtos industrializados que, muitas vezes, podem ser mais atrativos, porém mais caros e nem sempre conter os nutrientes encontrados nos alimentos naturais.

A professora ou o professor pode diversificar a atividade, tomando o devido cuidado para não fugir do tema que está abordando neste projeto, mudando os produtos e simulando uma padaria ou um mercadinho, por exemplo, em vez da feira.

As atividades integradas auxiliam na compreensão dos alunos sobre um assunto. Como trata-se de um projeto cujo tema é Alimentação, sugerimos que essa atividade seja desenvolvida após o início da atividade do canteiro de horta para que se torne mais significativa aos alunos.

Sobre...

Sistema Monetário

O sistema monetário é representado pelo conjunto de moedas legais em circulação. A principal função da moeda é a mensuração (ato ou efeito de medir) do valor das mercadorias. Hoje em dia, incluem-se no seu conceito todos os instrumentos de crédito utilizáveis pelo sistema econômico: os depósitos, títulos de créditos, cartões de crédito e fundos do tesouro.

O conceito:

A palavra "Moeda" vem do latim => moneta.

A palavra "Dinheiro" vem do latim => denarius, tem sua origem em uma moeda romana.

Atividade 3: Vamos fazer "gelinho"?

Objetivos

· Utilizar informações sobre temperatura.

· Estabelecer comparações de temperaturas.

· Dar noções de conservação dos alimentos.

Material: Cartolina, ingredientes para fazer suco, saquinhos de plástico para o gelinhos, termômetro caseiro e termômetro de ambiente.

Descrição da Atividade

1º dia: A professora ou o professor inicia a atividade levantando as seguintes questões:

- Quem de vocês já tomou suco gelado ou já experimentou o sorvete que chamamos de "gelinho"?

- O que vocês sentiram? É a mesma sensação? O que muda do "gelinho" para o suco?

Obtidas as respostas dos alunos, a professora ou o professor enfatiza aquelas que tratam das diferentes temperaturas do suco e do "gelinho", para introduzir perguntas do tipo:

- Qual instrumento se usa para medir a temperatura?

- Alguém saberia responder qual a temperatura ambiente de hoje?

Neste momento, a professora ou o professor fica atento às respostas dos alunos para discutí-las e estabelecer comparações entre a temperatura ambiente e a temperatura do suco, por exemplo. Em seguida, juntamente com as crianças, deve-se fazer um suco e levá-lo à geladeira, medindo-se a sua temperatura depois de gelado. Posteriormente, a professora ou o professor anota o valor encontrado num cartaz e distribui o suco aos alunos.

2º dia: A professora ou o professor deve trazer para a sala de aula a quantidade de "gelinhos" correspondente a quantidade de alunos para medir a temperatura dos "gelinhos". O resultado deve ser anotado no mesmo cartaz do dia anterior. Também deve ser efetuada a medição da temperatura ambiente juntamente com os alunos, mostrando no termômetro graduado onde está a marcação, anotando o valor encontrado no cartaz.

A professora ou o professor deve mostrar a diferença das temperaturas para os alunos, enfatizando que se o "gelinho" ficar fora do congelador, vira suco.

O seguinte problema pode ser levado para a sala:

- Como podemos vender "gelinho" na feira de forma que ele não derreta?

A professora ou o professor pode destacar que uma forma de conservar a temperatura de um alimento é utilizar a caixa de isopor.

Orientações:

Essa atividade é alternativa para regiões que possam utilizar geladeira.

Sempre que for realizar as medições, pedir aos alunos que observem a escala no termômetro. O cartaz confeccionado servirá para que a professora ou o professor possa discutir e comentar as diferenças das temperaturas do "gelinho", do suco e do ambiente, fazendo associações entre os valores das temperaturas observadas e as sensações de "mais quente" e "menos quente", "mais frio" e "menos frio", etc. Pode-se, também, medir as temperaturas de cada aluno, utilizando o termômetro caseiro, para que eles percebam a relação da temperatura do corpo com a do ambiente. A professora ou o professor pode explicar qual a temperatura para manutenção do sorvete ("gelinho") para que não vire suco, comentando a utilidade da caixa de isopor para conservar a temperatura dos alimentos por um período maior de tempo, um procedimento adequado tanto para alimentos quentes como frios. E comentar com as crianças a necessidade de conservar cada alimento na temperatura adequada para evitar que se tornem impróprios para a nossa alimentação.

É necessário que a professora e o professor leve o termômetro para a sala de aula desde o primeiro dia, para se fazer as medições de temperatura.

Como fazer "gelinho"

Ingredientes:

- Saquinhos de plástico (próprios para gelinhos).
- Suco do sabor desejado.

Modo de preparo:

Colocar o suco nos saquinhos, deixando um espaço; fechar os saquinho fazendo um nó na ponta aberta. Deixar no congelador até que endureça. Então é só servir.

Sobre...

A temperatura

O que é temperatura?

De forma qualitativa, podemos descrever a temperatura de um objeto como aquela que determina a sensação de quanto ele está quente ou frio quando entramos em contato com ele. Para marcarmos essa temperatura devemos utilizar um instrumento chamado termômetro.

O que é um termômetro?

Um termômetro é um instrumento que marca quantitativamente a temperatura de um sistema.

A figura acima ilustra um termômetro utilizado para marcar a temperatura do corpo.

A escala utilizada no Brasil é a escala "Celsius" em que o ponto de ebulição da água, nas condições normais de pressão atmosférica, é 99 975ºC. Por aproximação, adota-se a temperatura de 100ºCelsius. Existem ainda, outros tipos de escalas como: Kelvin (K) e Fahrenheit (ºF). Considera-se "zero absoluto" a temperatura mais baixa de um sistema, temperatura em que uma substância, teoricamente, não teria energia alguma.

Tabela de Comparações entre escalas:

	°C	K	°F
Água em Ebulição	100	373	212
Água Congela	0	273	32
Zero Absoluto	-273	0	-459

Projeto B: O Lixo - Segundo Ciclo (3ª/4ª. séries)

Atividade 1: A problemática do lixo

Objetivos

· Resolver problemas relacionados às medidas de massa.

· Estabelecer relações entre as unidades usuais de medida de massa.

· Expressar os números racionais na forma fracionária.

· Construir frações equivalentes.

· Identificar o problema que envolve a quantidade de lixo gerada, os tipos de lixo e qual o seu destino final.

· Refletir sobre a responsabilidade dos segmentos da sociedade nesse processo.

Material: lápis e papel.

Descrição da atividade

A professora ou o professor, inicialmente, distribui para grupos de alunos de até cinco componentes questões sobre a problemática do lixo. Os alunos devem refletir sobre a questão e elaborar um cartaz que represente o que foi discutido pelo grupo. As informações para serem debatidas nos grupos devem ser levantadas, anteriormente, pela professora ou pelo professor com dados de sua região como, por exemplo, a quantidade de lixo gerada por dia no município, estado, etc. Algumas das questões a serem formuladas podem ser as seguintes:

a) O que provoca a produção de tanto lixo?

b) Quais são os responsáveis por toda essa produção de lixo?

c) Todo lixo é igual?

d) Onde é produzido mais lixo: nas casas das pessoas ou nas indústrias?

e) Qual o destino do lixo gerado na sua casa?

f) Qual o destino do lixo gerado nas indústrias?

g) A quantidade de lixo gerada por pessoa pode alterar dependendo da renda? Por quê?

Feito isso, cada grupo socializará a discussão para a sala e afixará o cartaz em local adequado.

Posteriormente, a professora ou o professor deve tratar especificamente das formas possíveis de quantificar a produção do lixo, levando os alunos a estabelecerem conexões com medida de massa. As equivalências entre grama, quilograma e outras unidades devem ser explicitadas. Deve-se dizer que um quilograma corresponde a mil gramas, que uma tonelada corresponde a mil quilogramas e assim por diante, além de exibir exemplos que representem de forma concreta os valores numéricos como: uma tonelada equivale ao peso de um carro pequeno, cinco toneladas equivalem ao peso de um elefante adulto, etc.

Após, os alunos devem ser divididos em grupos para a resolução de alguns problemas como, por exemplo, os que se seguem:

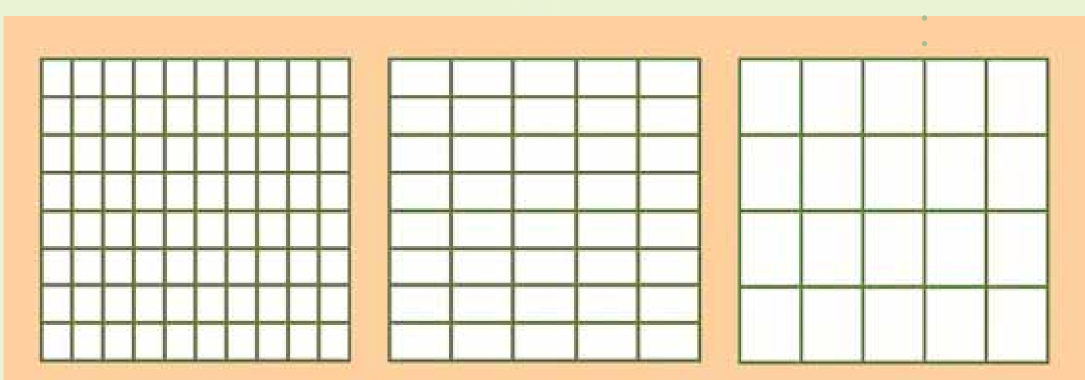
1) Sabendo-se que uma pessoa pode produzir, em média, 1 quilograma de lixo diário, quanto de lixo será produzido em uma semana por uma família de 4 pessoas?

Abaixo apresentamos uma tabela contendo os múltiplos e submúltiplos do grama, principal unidade de medida de massa.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

2) Um país chamado Lixolândia produz cerca de 80 mil toneladas de lixo diário. Sabendo-se que uma tonelada corresponde a 1 000 kg, como representamos essa quantidade de lixo em gramas? É conveniente essa representação?

3) Sujeirolândia é um estado responsável pela produção de 12 mil toneladas de lixo, das 80 mil toneladas produzidas diariamente no país Lixolândia. Cada quadro abaixo corresponde a 80 mil toneladas. Pinte a quantidade que Sujeirolândia ocupa em cada um deles.



4) Represente a fração $\frac{12}{80}$ em outras frações equivalentes. Relacione-as com o exercício anterior.

5) Suponha uma caixa na qual podem ser colocados, no máximo, 60 kg. Escreva o total de pacotes que podem ser colocados nessa caixa nas seguintes situações:

a) Quantos pacotes de 1 kg?

b) Quantos pacotes de 2 kg?

c) Quantos pacotes de 10 kg?

d) Sabendo-se que 10 tomates correspondem, em média, a 1 kg, quantos tomates podem ser colocados numa caixa que suporta 10 kg?

Orientações

No momento da socialização dos cartazes, a professora ou o professor deve coordenar a discussão de maneira a possibilitar ao aluno uma melhor compreensão da crescente produção de lixo na região onde mora, fazendo conexões com o cenário brasileiro. A professora ou o professor deve ter a preocupação de conceituar os tipos de lixo, como por exemplo: Lixo Doméstico, Lixo Industrial, Lixo Hospitalar, Lixo Agrícola e Lixo Tecnológico, entre outros. É importante destacar o tipo de lixo produzido na região e refletir sobre a atitude dos moradores, comerciantes, indústrias e governos sobre o destino final do lixo, que pode ser: Lixão, Aterro Sanitário, Incinerador e Usina de Compostagem. Os cartazes afixados pelos alunos podem ser retomados pela professora ou pelo professor sempre que preciso para resgatar alguns conceitos. Para saber mais informações a respeito desse assunto solicite material adicional ao tutor.

Sobre...

Medida de Massa

- **Massa X Peso...** A massa de um objeto é a quantidade de matéria que ele possui. Diferentemente do peso, que é a força com que o corpo é atraído para o centro da terra, a massa de um objeto é a mesma em qualquer lugar.
- **Qual a unidade de medida de massa?** A unidade principal de medida de massa é o grama, cujo submúltiplo mais utilizado é o miligrama e o múltiplo mais utilizado é o quilograma.
- **Trezentas ou Trezentos gramas?** Quando utilizamos a palavra grama referindo-nos à medida de massa, devemos pronunciá-la no masculino, exemplo: 300 g lê-se trezentos gramas.

Apresentamos abaixo um quadro com alguns submúltiplos e múltiplos do grama.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	**100 g**	**10 g**	**1 g**	**0,1 g**	**0,01 g**	**0,001 g**

- Outras unidades de medida de massa muito utilizadas:

  1 arroba = 15 kg

  1 tonelada (t) = 1 000 kg

- Exemplos de transformações de unidades de massa:

i) 0,5 g = 0,0005 kg

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
0,0005	0,005	0,05	0,5			

ii) 3 dg = 300 mg

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
				3	30	300

Atividade 2: O tempo de decomposição do lixo

Objetivos

- Resolver problemas relacionados às medidas de tempo.
- Utilizar medida de tempo.
- Estabelecer relações entre as seguintes unidades de medida de tempo: minutos, horas, dias, semana, mês, bimestre, semestre, ano, década, século etc.
- Identificar o tempo de decomposição do lixo na natureza.
- Refletir sobre como podemos amenizar a degradação do meio ambiente.

Material: lápis e papel.

Descrição da atividade

Em um primeiro momento, a professora ou o professor deve explicar aos alunos como ocorre o processo de decomposição dos materiais na natureza e entregar uma folha contendo uma tabela para fazerem estimativas sobre o tempo de decomposição dos materiais apresentados. A seguir apresentamos um modelo.

Material	Tempo de decomposição estimado pelo aluno
Papel	
Pano	
Filtro de cigarro	
Madeira Pintada	
Nylon	
Lata de conserva	
Tampa de garrafa	
Alumínio	
Plástico	
Fralda descartável	
Pneus	
Vidro	

A professora ou o professor deve guardar esse material e pedir que os alunos pesquisem sobre o tempo de decomposição dos mesmos materiais, preenchendo uma nova tabela como a seguinte:

Material	Tempo de decomposição pesquisado pelos alunos
Papel	
Pano	
Filtro de cigarro	
Madeira Pintada	
Nylon	
Lata de conserva	
Tampa de garrafa	
Alumínio	
Plástico	
Fralda descartável	
Pneus	
Vidro	

Se os alunos não conseguirem realizar a pesquisa por falta de fontes, a professora ou o professor poderá passar os dados conforme a tabela que segue:

Material	Tempo de decomposição
Papel	3 meses
Pano	6 meses a 1 ano
Filtro de cigarro	1 a 2 anos
Madeira Pintada	13 anos
Nylon	30 anos
Lata de conserva	100 anos
Tampa de garrafa	150 anos
Alumínio	200 a 500 anos
Plástico	450 anos
Fralda descartável	600 anos
Pneus	Indeterminado
Vidro	Indeterminado

http://www.ibge.gov.br acessado em 06/06/2005

Em sala de aula a professora ou o professor deve discutir com os alunos o que foi pesquisado, comparando a tabela do tempo estimado com a tabela embasada em pesquisa. É importante conduzir a discussão levando o aluno a refletir sobre a degradação do meio ambiente.

Para a discussão do assunto, algumas questões podem ser suscitadas,como seguem:

a) Verificamos que o tempo de decomposição de alguns materiais é muito elevado. O que pode ocorrer com o local onde vivemos se as pessoas continuarem jogando os resíduos sem se preocuparem?

b) Que medidas podem ser tomadas para amenizar os prejuízos causados ao meio ambiente?

Durante a atividade, a professora ou o professor deve questionar os alunos quanto às unidades de tempo que apresentam os resíduos pesquisados, e a partir desses dados sistematizar o conceito medida de tempo. A professora ou o professor deve abordar a equivalência entre as unidades de medida de tempo como, por exemplo: 1 mês equivale a 30 dias, cada dia tem 24 horas, e assim por diante. Em seguida, pode trabalhar a resolução dos seguintes problemas.

1) Verificamos que o tempo de decomposição do papel é 3 meses. Como podemos representá-lo nas seguintes unidades de tempo?

Esses tempos são estimados considerando-se o processo natural de decomposição dos materiais em condições especiais de volume e disposição no solo

_____ dias

_____ quinzenas

2) Faça a representação do tempo de decomposição do papel na forma fracionária e decimal.

Representação Fracionária	Representação Decimal
_____ bimestre	_____ bimestre
_____ semestre	_____ semestre
_____ ano	_____ ano

3) O tempo de decomposição da fralda descartável é de 600 anos.

a) Represente esse tempo em:

_____ dias (não leve em conta os anos bissextos, isto é, considere cada ano com 365 dias).

_____ semestres

_____ qüinqüênios

_____ décadas

_____ séculos

b) Qual das unidades de medida de tempo que nos referimos nesse exercício é a mais conveniente? E a menos conveniente? Justifique sua resposta.

Orientações

A professora ou o professor deve procurar trabalhar a partir das informações do cotidiano da comunidade onde a escola está inserida. É oportuno comentar sobre os prejuízos que o acúmulo de lixo pode causar ao meio ambiente como doenças e proliferação de mosquitos e outros insetos. Para saber mais informações sobre o assunto, solicite ao tutor material adicional.

O trabalho didático-pedagógico deve ter como ponto de partida a realidade dos alunos, mas a professora ou o professor deve ir além do cotidiano da comunidade e enriquecer o processo de aprendizagem com informações de outras realidades, avançando o assunto de modo a ampliar os conhecimentos e o desenvolvimento dos alunos.

Atividade 3: A reutilização de materiais

Objetivos

- Resolver problemas relacionados às medidas de capacidade.
- Utilizar medida de capacidade.

· Estabelecer relações entre as seguintes unidades de medida de capacidade: litro e mililitro.

· Diferenciar os processos de Redução, Reutilização e Reciclagem, identificando os materiais que podem passar por esse processo.

Material: garrafas descartáveis, latas de refrigerante, copos descartáveis, embalagens de medicamentos, produtos de limpeza, etc, e recipientes graduados.

Descrição da atividade

A professora ou o professor pede aos alunos que tragam de casa embalagens vazias de líquidos. No momento oportuno, a professora ou o professor trabalha a questão da reciclagem e os tipos de materiais que podem ser reciclados. É importante ressaltar a diferença entre os procedimentos de reciclagem, reutilização e redução, como segue na orientação ao final da atividade. A professora ou o professor pode salientar as informações a partir de perguntas feitas aos alunos, como:

a) Será que toda forma de reutilização de materiais é correta?

b) Podemos reutilizar frascos de produtos perigosos, como venenos e agrotóxicos?

Outras questões podem ser feitas a partir da participação e envolvimento dos alunos.

Em seguida, divide os alunos em grupos de aproximadamente cinco membros para realização do experimento que será explicado a seguir:

Experimento

I) Distribuir os recipientes de forma que cada grupo receba:

· 1 garrafa descartável

· Outras embalagens menores do mesmo tipo. Por exemplo, um grupo recebe somente copos descartáveis, outro recebe latas de refrigerante e assim por diante.

II) Em um local apropriado, a professora ou o professor solicita que coloquem água nos recipientes menores e transfiram para as garrafas descartável para verificar quantas vezes o conteúdo da embalagem pequena cabe na garrafa descartável e se há sobras.

III) Em sala de aula, registra na lousa, em forma de tabela, as informações do experimento bem como o nome das embalagens e as capacidades descritas nos rótulos. A partir dessas informações, aborda o conceito de medida de capacidade. Algumas questões devem ser feitas para instigar nos alunos a noção das diferenças de unidades que se apresentam nas embalagens, como:

a) Verificamos que em uma garrafa descartável de 2 litros cabe a quantidade de água contida em 10 copos descartáveis de 200 $m\ell$ (mililitros). Como podemos explicar que cabe mais líquido na garrafa descartável que no copo descartável se a quantidade da garrafa é de número 2 e a quantidade do copo é de número 200?

b) Verificamos que em uma garrafa descartável de 2 litros cabe a quantidade de água contida em 6 latinhas de refrigerante de 350 mℓ (mililitros) e sobra um pouco de água na última (sexta) lata. Essa forma de medir é a mais adequada? Por quê?

Feito isso, a professora ou o professor pode sistematizar a questão das unidades de medida de capacidade e propor alguns exercícios de verificação do que foi aprendido em sala de aula. Tais exercícios seguem abaixo:

1) Ao lado estão alguns recipientes em que podemos guardar líquidos:

Cite outros recipientes que você conhece e que nós não citamos aqui. Desenhe a embalagem no seu caderno e aponte a capacidade.

2)Verifique a capacidade de cada um dos objetos ao lado e responda às seguintes questões:

Produto	Capacidade
Concha	150 mℓ
Colher de sopa	8 mℓ
Colher de chá	2 mℓ
Copo	200 mℓ
Lata de refrigerante	375 mℓ
Caixa de leite	1000 mℓ
Panela de pressão	5 mℓ
Balde	20 mℓ

a) Quantas colheres de chá equivalem a um copo?

b) Se despejarmos parte do conteúdo de uma panela de pressão cheia numa caixa de leite de um litro até completá-la, quanto sobrará na panela?

c) Quantos copos de água são necessários para encher uma caixa de leite?

d) Quantas colheres de sopa são necessárias para encher um balde de 20 litros?

3) Sugestão - Represente por uma notação matemática uma comparação entre as capacidades da concha (150 mℓ) e do balde (20 ℓ).

Representação Fracionária	Representação Decimal

4)Rafael foi ao médico e ele lhe passou a seguinte receita:

Dr.Alberto Ferraz da Silva

Para Rafael Leandro de Oliveira

Uso interno
Diclofenaco potássio sódio_____1 frasco
Tomar 35 gotas, 3 vezes ao dia por 7 dias de 8 em 8h
Data: 01/07/2005

a) Quantas gotas Rafael tomará em 7 dias?

b) Se um frasco contém o equivalente a 800 gotas, será suficiente para completar o tratamento? Por quê?

c) Rafael deve tomar o remédio a cada 8 horas. Se ele tomou a primeira dose às 7 horas da manhã, a que horas deverá tomar as duas próximas doses?

Orientações

Ao início da atividade, a professora ou o professor deve apresentar as definições de Redução, Reciclagem e Reutilização de materiais como segue:

Redução é uma estratégia preventiva e deve ser dirigida principalmente para as embalagens, bem como para a redução desse tipo de resíduo.

Reciclagem é a atividade de recuperação de materiais que foram descartados, podendo ser transformados novamente em matéria-prima para a fabricação de um novo produto.

Reutilização é o processo baseado no emprego direto do bem no mesmo uso para o qual foi originalmente concebido: um exemplo típico é a reutilização das garrafas de vidro.

Os alunos também devem ser orientados quanto ao destino correto das embalagens de agrotóxicos e outros produtos perigosos, evidenciando o perigo que traz para a saúde a reutilização desses materiais.

Sobre...

Medida de Capacidade

- ***O que é?*** A capacidade de um objeto é o volume que ele pode conter, ou seja, estabelece a quantidade de líquido que cabe dentro do objeto.
- ***Qual a unidade de capacidade?*** A unidade principal de medida de capacidade é o litro, cujo submúltiplo mais utilizado é o mililitro.
- ***Litro X Decímetro...*** O litro é a capacidade de um cubo com um decímetro de aresta. Portanto,

$$1\ell = 1dm^3$$

Apresentamos abaixo um quadro com alguns submúltiplos e múltiplos do litro.

Múltiplos			Unidade Principal	submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
$k\ell$	$h\ell$	ℓ	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$
1000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ	1 ℓ	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

→ Pode-se iniciar o trabalho com a unidade principal de medida de capacidade, 1 ℓ, a partir da construção de um cubo de 1 dm de aresta, cujo volume é $1dm^3$.

→ Exemplos de transformações de unidades de capacidade:

i) 0,13 ℓ = 130 $m\ell$

$\xrightarrow{\times 10}$ $\xrightarrow{\times 10}$ $\xrightarrow{\times 10}$

$k\ell$	$h\ell$	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$
			0,13	1,3	13	130

$\xleftarrow{\div 10}$ $\xleftarrow{\div 10}$ $\xleftarrow{\div 10}$

ii) 42 ℓ = 0,42 $h\ell$

$\xrightarrow{\times 10}$ $\xrightarrow{\times 10}$

$k\ell$	$h\ell$	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$
	0,42	4,2	42			

$\xleftarrow{\div 10}$ $\xleftarrow{\div 10}$

Nossas conclusões

Neste momento do quinto encontro, todos, alunos e tutor, devem fazer uma síntese dos trabalhos do dia, com as considerações sobre o texto e sobre os projetos estudados. Em conjunto poderão, também, ver rapidamente as atividades que serão desenvolvidas individualmente durante a quinzena, encerrando-se os trabalhos com a certeza de que as dúvidas foram esclarecidas.

Esperamos contribuir, de alguma forma, com o sucesso do seu trabalho de educar.

Fascículo 5 - Grandezas e Medidas

Roteiro de trabalho individual

Preparamos material para que você possa trabalhar durante a próxima quinzena explorando os conteúdos Grandezas e Medidas, retomando algumas questões que foram levantadas e discutidas em sala de aula.

Na primeira semana, você deverá escolher uma dentre as Atividades para o Ensino Fundamental, a seguir propostas, para aplicar com seus alunos em sala de aula. Estão divididas em dois blocos: primeiro ciclo e segundo ciclo.Escolha a que julgar mais apropriada ao seu trabalho e, após aplicá-la, elabore um relato, para entregar ao seu tutor, no próximo encontro, descrevendo a aplicação realizada: registre fatos relevantes, resultados, avaliação, aspectos positivos e negativos, propostas de alterações, sugestões de ampliação da atividade, etc. Se possível, fotografe alguns momentos significativos deste trabalho com seus alunos. Tudo isso poderá servir de ponto de partida para as reflexões no primeiro momento do próximo encontro.

Para a segunda semana, deixamos um texto para leitura, seguido de algumas questões a ele relacionadas. E encerramos com uma seção "Relembrando...", preparando você para as discussões no Pensando Juntos do próximo encontro.

Parte 1: Atividades para a sala de aula

Atividades para o Primeiro Ciclo (1ª / 2ª Séries)

Atividade 1: O Calendário

Objetivos

· Identificar e relacionar unidades de medidas de tempo – hora, dia, semana, mês, ano.

· Reconhecer o sistema de contagem do tempo (dia, mês, ano) como uma necessidade para organização da nossa vida.

· Destacar a sucessão e a duração do tempo pela contagem e seqüência dos dias das semanas.

· Identificar os feriados regionais e datas comemorativas, e o consumo gerado por estas festas.

TI 1

Aplicar com seus alunos em sala de aula uma das atividades a seguir propostas. Elaborar um relato descrevendo a aplicação, como sugerido nos parágrafos anteriores.

· Reconhecer como determinações culturais, as características socialmente atribuídas ao masculino e ao feminino, posicionando-se contra discriminações a elas associadas.

Material: 12 calendários do ano completo e 12 cartolinas.

Descrição da atividade

1º Momento

A professora ou o professor deve explorar com os alunos como o tempo é medido (horas, dia, mês, ano, etc), fazendo as relações necessárias, como por exemplo: 1 dia possui 24 horas.

Logo após, divide a classe em 12 grupos e entrega a cada grupo um calendário do ano completo e um modelo de calendário do mês em branco (um mês para cada grupo).

O grupo deve preencher o calendário do seu mês, conforme o calendário do ano completo, colocando o dia do mês de acordo com o dia da semana.

A professora ou o professor solicita que os alunos identifiquem e registrem, se houver, os feriados do mês com que cada grupo está trabalhando, como o exemplo:

MAIO / 2005						
Domingo	Segunda -feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
1 – Dia do Trabalho	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Feito isso, a professora ou o professor, juntamente com os alunos, organiza um calendário anual, utilizando os calendários mensais que foram preenchidos por eles, deixando exposto na sala de aula.

Nesse calendário, cada aluno deve registrar o seu aniversário e a professora ou o professor pode registrar todos os eventos escolares que ocorrerão durante o ano, como por exemplo: provas, reuniões de pais, férias, festas e outros.

É importante também que sejam registradas todas as datas comemorativas da região. Durante esses registros, a professora ou o professor pode abordar a relação entre estas datas e o consumo que elas geram, devido à propaganda voltada para esse fim, podendo comprometer o orçamento familiar.

Propõe-se situações-problema como por exemplo:

1) Em que dia da semana começa o mês de Setembro?

2) Quantos dias correspondem a 48 horas?

3) O aniversário de João cai na segunda sexta-feira do mês de Agosto. Que dia será o aniversário dele?

4) Se dia 3 de Abril é domingo, que dias serão os outros domingos desse mês? Como você pensou para calcular?

5) A reunião de pais acontecerá no dia 10 de outubro. Quantos dias faltam?

6) Se plantarmos uma semente hoje e ela demora 1 mês e meio para crescer, em que dia iremos colher?

7) Se a avaliação ocorrerá daqui a 5 semanas, quantos dias faltam para a avaliação? Em que dia será?

2º Momento

A professora ou o professor propõe aos alunos, como tarefa, que descrevam sua rotina diária, explicitando a hora que acordam e o que fazem até a hora de dormir, conforme exemplo abaixo:

Nome: Amanda		
Manhã	Tarde	Noite
Acordo: 8 horas	Vou para escola: 12h30min	Janto: 19h30min
Arrumo a cama: 8h10min	Volto para casa: 18h30min	Lavo louça: 20 horas
Café da Manhã: 8h30min	Brinco: 18h45min	Assisto TV: 20h45min
Tarefa: 9 horas	Banho: 19h15min	Durmo: 21h30min
Assisto TV: 9h30min		
Ajudo na horta: 10h30min		
Banho: 11h15min		
Almoço: 11h30min		

Em seguida, a professora ou o professor inicia uma discussão baseada nos relatos das rotinas diárias dos alunos, ressaltando as diferenças das atividades realizadas pelos meninos e pelas meninas, com o intuito de refletir se existem atividades específicas para cada gênero.

Nesse momento, a professora ou o professor poderá fazer questões às crianças, como:

-Você costuma ajudar na limpeza/organização do seu quarto? (aos meninos)

-Você ajuda no cultivo da horta? (às meninas)

Orientações

Como montar o calendário: cada mês deverá ser preenchido em uma cartolina para que possa, posteriormente, ficar exposto de forma bem visível na sala de aula. Primeiramente a professora ou o professor deve dividir a cartolina em 7 colunas iguais (dias da semana), e em 7 linhas iguais. Na primeira linha deve ser escrita a palavra mês, e na segunda linha os dias da semana (Domingo, Segunda-Feira, etc.), deve ser feito um calendário para cada mês.

Deve-se explorar os acontecimentos importantes e datas históricas ocorridas em cada mês, destacando as datas comemorativas regionais, relacionando-as com o consumo excedente gerado por elas.

A professora ou o professor pode ressaltar a importância de saber ler as horas e programar o seu dia para que se consiga realizar todas as atividades diárias. Com base na rotina dos alunos, a professora ou o professor deverá iniciar uma discussão sobre as diferentes funções atribuídas historicamente ao homem e à mulher, com o intuito de desmistificar que existem atividades específicas para cada gênero, principalmente no que diz respeito aos cuidados que devemos ter com nosso lar e nossos pertences.

De acordo com o PCN – Orientação Sexual e Pluralidade Cultural (2000, v.10), as representações sociais e culturais transmitem padrões diferenciados entre os homens e as mulheres. Apesar das transformações que acontecem no contexto mundial, as mulheres ainda são bastante discriminadas pela sociedade. Evidencia-se então, a necessidade de reavaliar as idéias ligadas ao conceito de gênero (masculino e feminino) como construção social, e não como conseqüência exclusiva das diferenças biológicas entre os sexos.

Sobre...

Sistema de medida de tempo

A medida do tempo se baseia no movimento de rotação da Terra.

Unidades de medida de tempo:

Dia – Unidade de tempo equivalente a 24 horas, ou seja, aproximadamente o tempo que a Terra demora a fazer uma rotação completa sobre o seu eixo.

· Há sete dias em uma semana;

· Um ano possui 365 dias (salvo nos bissextos em que há 366).

Hora – Unidade de tempo com 60 minutos de duração, ou seja, aproximadamente 1/24 de um dia da Terra.

Minuto – Unidade de tempo com 60 segundos de duração, correspondente a 1/60 da hora.

Calendário:

Desde a Antigüidade existem dificuldades na criação de um calendário, pois o ano não é um múltiplo exato da duração do dia ou da duração do mês. Babilônios, Egípcios, Gregos e Maias já tinham determinado essa diferença. Nosso calendário atual baseia-se no antigo calendário romano, que era lunar.

Atividade 2: Quanto eu meço?

Objetivos

· Introduzir o conceito de medir.

· Efetuar a medição de comprimento usando unidades de medida não convencionais.

· Definir o metro como unidade de medida padrão.

· Explorar a pluralidade cultural e o cuidado com a saúde.

· Conhecer a diversidade do patrimônio etno-cultural brasileiro, tendo atitude de respeito para com pessoas e grupos que a compõem, reconhecendo a diversidade cultural como um direito dos povos e dos indivíduos e elemento de fortalecimento da democracia.

· Repudiar toda discriminação baseada em diferenças de raça/etnia, classe social, crença religiosa, sexo e outras características individuais ou sociais.

Material: régua, fita métrica, barbante.

Descrição da atividade

1º Momento

A princípio, a professora ou o professor divide as crianças em duplas, em que cada aluno deverá medir a altura do seu parceiro, utilizando os seguintes materiais: réguas (30 cm) e pedaços de barbante (20 cm e 10 cm). Conforme os alunos realizam as medições, devem registrar os resultados preenchendo a tabela já construída na lousa, conforme o modelo abaixo.

Nome	Barbante grande	Barbante pequeno	Régua
João	6 e um pedaço	12 e um pedaço	4 e um pedaço

Feito isso, a professora ou o professor, juntamente com os alunos, analisa os resultados da tabela, questionando-os nos seguintes aspectos:

1) Das crianças medidas, qual delas é a mais alta?

2) E qual é a mais baixa?

3) O que terá mais precisão: comparar pelo número de vezes que o barbante foi utilizado ou pela régua? Por quê?

4) Somos todos iguais?

5) O que influência o fato de umas pessoas serem mais altas ou mais baixas que as outras?

Neste momento, a professora ou o professor sistematiza o conceito de medida, fazendo relações e discutindo com os alunos a necessidade de uma unidade padrão para que haja maior precisão nos resultados obtidos.

2º Momento

Após a discussão sobre os resultados obtidos na medição dos alunos e a importância de uma unidade padrão, a professora ou o professor apresenta o metro como unidade padrão, fazendo as relações necessárias, como por exemplo, 1 metro equivale a 100 centímetros.

Em seguida, utilizando a fita métrica, a professora ou o professor mede a altura dos alunos (poderá fixar a fita métrica na parede para facilitar as medições), completando a tabela já feita na lousa, acrescentando uma coluna, conforme modelo abaixo:

Nome	Barbante grande	Barbante pequeno	Régua	Fita métrica
João	6 e um pedaço	12 e um pedaço	4 e um pedaço	127 centímetros

Orientações

A professora ou o professor, utilizando o metro como unidade de medida padrão, deve fazer a medição e o registro inicialmente em centímetros. A partir das diferenças existentes entre as alturas dos alunos, a professora ou o professor poderá explorar a diversidade humana, a ética e a saúde, das seguintes maneiras: esclarecer que uma alimentação saudável é um fator importante para o crescimento; explicar que os fatores hereditários também influenciam nas características físicas como a altura e mostrar, por meio de exemplos de pessoas que se destacaram na arte, nos esportes, nas ciências, na política, que as diferenças físicas não impedem a formação plena do individuo. É importante conversar com os alunos para que evitem apelidos que possam discriminar os colegas.

Essa atividade também pode ser trabalhada para medir o comprimento de objetos como, por exemplo, a sala de aula, mesas, lousa, entre outros.

De acordo com o PCN – Orientação Sexual e Pluralidade Cultural (2000, v.10), para compreender a diversidade das sociedades humanas, as ciências biológicas ocupam-se dos estudos sobre as raças (caracteres somáticos), para explicar as diferenças hereditárias. No entanto, este conceito é freqüentemente utilizado para evidenciar hierarquias entre os povos, mas do ponto de vista de dignidade, de Direitos Universais, há uma só humanidade.

Atividades para o Segundo Ciclo (3ª / 4ª Séries)

Atividade 1: As terras do meu Brasil

Objetivos

· Calcular perímetros e áreas de figuras sobrepostas em malhas quadriculadas.

· Utilizar procedimentos e instrumentos de medidas em função do problema e da precisão do resultado.

· Compreender a necessidade da divisão de terras no Brasil.

Material: Malha quadriculada transparente, mapa de uma pequena porção de terra.

Descrição da atividade

1º Dia: A professora ou o professor começa contando uma história:

O sítio do Pedrinho

Pedrinho é um garoto que mora em um sítio muito bonito próximo a um rio. Ele tem 10 anos e freqüenta uma escola próxima ao seu sítio.

Na semana passada, Pedrinho viu no telejornal que estava ocorrendo uma ocupação, por um grupo dos "Sem Terra", de uma determinada região do Brasil.

Não entendendo aquela movimentação de ocupação, Pedrinho perguntou para o pai, que estava assistindo ao jornal junto dele, por que eles estavam fazendo aquilo.

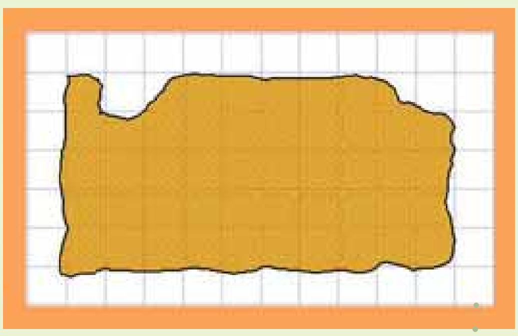
O pai disse que aquelas famílias não tinham terras onde viver e devido àquelas terras estarem sem utilização, eles estavam lutando por um pedacinho.

Pedrinho, não contente com isso, perguntou se os "Sem Terra" poderiam ocupar a terra do sítio deles. Seu pai respondeu que até poderiam, porém, isso não aconteceria pois a área do sítio é utilizada com horta, pomar e plantações, ocupando assim todo o espaço do sítio.

Mas Pedrinho ficou confuso, pois não entendeu o que era área.

Vamos ajudar Pedrinho a compreender o que é área?

Após a leitura, a professora ou o professor comenta a história com os alunos, discutindo a importância da divisão de terras no país, considerando que existem muitas pessoas que têm grandes lotes de terras e usam uma pequena parte deste lote, ficando o restante sem utilização, o que acaba sendo injusto com as pessoas que não têm terra para viver. Essa discussão oferece oportunidade para que a professora ou o professor conheça o que os alunos já ouviram falar sobre o movimento dos "Sem Terra" e para que haja o esclarecimento das idéias existentes a respeito do tema, desenvolvendo o entendimento de que o movimento é justo enquanto luta pela Reforma Agrária. A professora ou o professor pode se basear no texto Reforma Agrária que compõe o material adicional em posse do tutor.

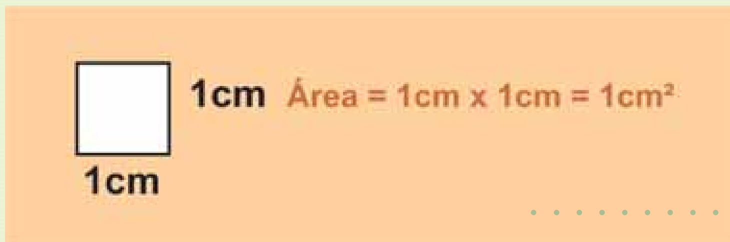


Feita a discussão sobre a importância de haver uma justa distribuição de terras no Brasil, a professora ou o professor volta à última questão da história com o objetivo de ajudar o Pedrinho a compreender o que é área.

Assim, divide a sala em grupos de dois alunos, fornecendo uma malha de papel quadriculado para cada grupo e um mapa como o da figura acima:

Os alunos devem sobrepor a malha quadriculada ao mapa de uma forma que caiba a maior quantidade de quadrados no interior da figura.

A professora ou o professor deve explicar que cada quadradinho da malha tem uma área de “um centímetro quadrado”, isto é, tem uma área correspondente a um quadrado que tem 1cm em cada lado. Deve, também, apresentar a representação dessa medida: 1 cm^2.



Em seguida, pede aos alunos para contarem quantos quadradinhos de 1 cm^2 cabem na figura. O resultado dessa contagem representa aproximadamente a área do mapa. Nesta oportunidade, a professora ou o professor pede, também, para que discutam o que entenderam por Reforma Agrária.

2º Dia: A professora ou o professor trabalha o conceito de perímetro nos mapas fornecidos no dia anterior, sobrepondo novamente a malha quadriculada e somando os lados dos quadrados que coincidirem com o contorno do mapa para encontrar um valor aproximado do perímetro deste.

Orientações

No momento em que a professora ou o professor for trabalhar com o tema transversal/político-social reforma agrária, é importante destacar que se deve respeitar o nível de desenvolvimento da criança para que o trabalho não seja ineficiente. Para que haja um maior entendimento da questão da divisão social de terras, a professora ou o professor pode apresentar um mapa do Brasil sob a malha quadriculada para mostrar, por exemplo, que a figura possui muitos quadrados e que apenas pequenos grupos de pessoas são possuidoras da maioria desses quadrados e que há pessoas sem nenhum quadradinho, ou seja, não possuem terras, pois a distribuição da mesma é desigual. Esse fato é uma contradição, pois sendo o Brasil um país que ocupa uma grande área, há quadradinhos para todos, ou seja, terras para todos. A professora ou o professor pode explorar o porquê a divisão de terras é desigual, fundamentando-se nos processos histórico e econômico do país. Para saber mais informações a respeito desse assunto solicite material adicional ao tutor.

A malha quadriculada pode ser confeccionada em qualquer material transparente como: papel de seda, papel vegetal, transparência, sacos plásticos transparentes em que possam ser escritos etc.

A professora ou o professor pode trabalhar com mais de um mapa, inclusive um da própria região ou até confeccionar um outro.

Para complementar esta atividade, a professora ou o professor deve propor, como exercício, que os alunos calculem áreas e perímetros de figuras geométricas como: quadrado, retângulo e outras, para que o aluno possa ampliar a noção destes conceitos e aplicá-los. Como por exemplo: O pai de

Marcos vai cercar com um muro o seu terreno. O lado maior do terreno mede 14 m e o lado menor 8 m. Calcule o perímetro deste terreno para o pai de Marcos saber quantos metros de muro precisará construir. Calcule, também, a área do terreno.

Tanto o conceito de área quanto o de perímetro devem ser trabalhados baseando-se em aproximações, no caso dos mapas, pois os mesmos são irregulares. Sendo assim, a professora ou o professor pode auxiliar os alunos na aproximação; quando, por exemplo, um pedaço da figura a ser medida não preencher o quadrado inteiro, porém falta muito pouco para completá-lo, podemos considerar um quadrado inteiro.

Sobre...

Medidas de superfície

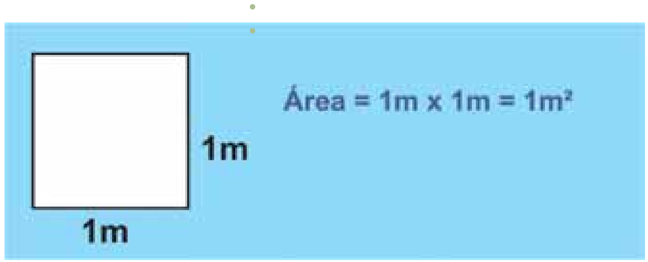
As medidas de superfície fazem parte de nosso dia-a-dia e respondem a nossas perguntas mais corriqueiras do cotidiano: Qual a área desta sala? Qual a área dessa casa? Quantos metros quadrados de azulejos são necessários para revestir essa cozinha? Qual a área desse campo de futebol? Qual a área pintada dessa parede?

Superfície e Área

Superfície é uma grandeza com duas dimensões, enquanto área é a medida dessa grandeza, portanto, um número.

Metro Quadrado

A unidade fundamental de superfície chama-se metro quadrado. O metro quadrado (m^2) é a medida correspondente à superfície de um quadrado com 1 metro de lado.



Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Quilômetro quadrado	Hectômetro quadrado	Decâmetro quadrado	Metro quadrado	Decímetro quadrado	Centímetro quadrado	Milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001m^2

Exemplos de transformações de unidades de medidas de superfície:

i) $4m^2 = 0{,}000004km^2$

$\xleftarrow{\div 100}$ $\xleftarrow{\div 100}$ $\xleftarrow{\div 100}$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,000004	0,00004	0,0004	4			

ii) $2m^2 = 2.000.000mm^2$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			2	20 000	200 000	2 000 000

$\xrightarrow{\times 100}$ $\xrightarrow{\times 100}$

Perímetro

A medida do perímetro de um polígono é a soma das medidas dos lados do polígono.

O polígono é uma figura geométrica: plana, simples, fechada e formada por segmentos de retas.

Exemplo:

Calculando o perímetro do quadrado de 1 metro de lado:

Perímetro = 1 m + 1 m + 1 m + 1 m = 4 m

Atividade 2: Compras no mercadinho

Objetivos

- Utilizar o sistema monetário brasileiro em situações problema.
- Reconhecer o sistema de medida decimal, utilizando as regras desse sistema.
- Discutir a questão do consumo.

Material: massa de modelar, palitos de sorvete, papel sulfite, tesoura, cola, notas de dinheiro e moedas confeccionadas pela professora ou o professor e materiais recicláveis.

Descrição da atividade

A professora ou o professor propõe uma brincadeira de "faz-de-conta": os alunos irão simular uma situação em um mercardinho. Em seguida, a professora ou o professor pede para que os alunos trabalhem com a massa de modelar, fazendo frutas, legumes, doces etc., comidas que desejarem para serem vendidas no mercadinho. A professora ou o professor complementa com materiais recicláveis como, por exemplo, caixas de creme dental, frascos de óleo de cozinha, garrafas pet e outros. Após realizadas as modelagens dos alimentos, a professora ou o professor, juntamente com os alunos, arrumam as carteiras para simularem o interior de um mercado.

A professora ou o professor deve preparar, anteriormente, o dinheiro que os alunos irão utilizar. Assim, cada consumidor deverá receber uma quantia de R$ 10,00.

A professora ou o professor propõe alguns valores para as mercadorias, como por exemplo: R$ 1,25, de modo que trabalhem com números decimais e, em seguida, pede ajuda aos alunos que atribuam valores para as outras mercadorias, fazendo as placas indicativas dos custos.

A professora ou o professor acompanha e participa da atividade, problematizando as situações em todas as transações monetárias, perguntando, por exemplo:

O que você comprou será consumido no devido tempo? Não estragará? Este produto não é parecido com aquele que é mais baratinho? Este produto é saudável, não seria melhor comprarmos mais verduras, legumes e frutas? Seu dinheiro é suficiente para comprar tudo isso?

Pelas perguntas que faz, a professora ou o professor dá o direcionamento para a discussão sobre o tema transversal/político-social consumo, tratando-se do sistema monetário, relacionando diferentes produtos na lousa para que os alunos possam ir ditando os preços pagos pelos mesmos.

A professora ou o professor pede para que os alunos somem a compra feita no mercadinho e verifiquem se sobrou algum dinheiro. Neste momento, pode-se trabalhar as operações com números decimais, sistematizando-as na lousa. Podem, também, ser propostos problemas do tipo:

Supondo que o preço de uma lata de óleo seja R$ 1,20, do refrigerante R$ 1,50, de um litro de leite R$ 1,30 e de uma lata de doce seja R$ 2,10, resolver:

a) Rafael saiu deste mercadinho com R$ 8,50 de troco. Comprou 3 latas de óleo e 1 refrigerante. Quanto ele tinha no bolso ao entrar no mercadinho?

b) Aline queria comprar 4 litros de leite e 1 lata de doce, mas só tem R$ 5,00. Quanto falta para ela fazer esta compra?

Orientações

A professora ou o professor deve constantemente estar atento às relações de consumo que ocorrem durante a atividade para que possa utilizá-las em sua sistematização do conceito de consumo. A massa de modelar poderá ser confeccionada com farinha, água, sal, óleo e suco em pó para colorir a massa. É importante ressaltar que no momento da organização do mercado, a professora ou o professor deve colocar produtos semelhantes com marcas diferentes para que possa haver preços diferentes para o mesmo tipo de produto.

Sobre...

Numeração decimal

Leitura dos números decimais

No sistema de numeração decimal, cada algarismo, da parte inteira ou decimal, ocupa uma posição ou ordem com as seguintes denominações:

Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos	Centésimos

PARTES INTEIRAS

Milésimos	Décimos Milésimos	Centésimos Milésimos	Milionésimos

PARTES DECIMAIS

Leitura

Lemos a parte inteira, seguida da parte decimal, acompanhada das palavras:

décimos .... : quando houver uma casa decimal;

centésimos................................ : quando houver duas casas decimais;

milésimos.................................. : quando houver três casas decimais;

décimos milésimos .... : quando houver quatro casas decimais;

centésimos milésimos .... : quando houver cinco casas decimais e, assim sucessivamente.

Exemplos:

2,34: dois inteiros e trinta e quatro centésimos
Quando a parte inteira do número decimal é zero, lemos apenas a parte decimal.
0,79 : setenta e nove centésimos

Parte 2: Atividades para casa

1. Texto para leitura:

A história das medidas de comprimento: do corpo humano ao padrão universal

Desde a antigüidade diferentes civilizações se dedicaram à comparação de grandezas. Ao longo da história, os povos mediram suas terras, construíram as estradas, ergueram, entre tantas obras, as pirâmides do Egito e as Muralhas da China.

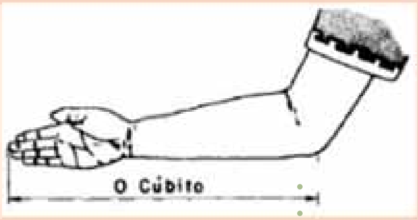
http://www.photo.net

Determinaram as distâncias entre as cidades conquistadas e procuraram calcular outras distâncias astronômicas, como o raio da Terra, a distância da Terra a Lua e a distância da Terra ao Sol.

Os antigos egípcios há cerca de 4 000 anos, mediam suas terras a margem do Rio Nilo, que eram fundamentais para a sua sobrevivência. Essas terras eram propriedades do Estado que as arrendava sob um contrato às famílias de agricultores, observando que o tamanho da área a explorar era proporcional à força de trabalho do grupo familiar. Esses agricultores tinham que pagar impostos com base na propriedade da terra. Em razão das inundações do Rio Nilo, era necessário que o rei enviasse, de tempo em tempo, medidores ao local para medir as terras e poder cobrar os impostos devidos.

O homem da antigüidade utilizou-se de padrões de medida ligados ao próprio corpo. Por exemplo: para medir comprimentos utilizou o pé, a polegada, a jarda, o palmo, a braça. (Ver figuras extraídas de MACHADO, 2000, p. 14)

Como as pessoas têm tamanhos diferentes, havia então uma grande variedade de padrão de medida. Houve tentativas de padronizações, fixando-se um padrão único em lugar do próprio corpo. Como por exemplo, os egípcios passaram a usar em suas medições barras de pedra e, posteriormente, de madeira, com o mesmo comprimento, denominado cúbito – padrão (Cúbito: distância do cotovelo à ponta do dedo médio; um dos ossos do antebraço)



http://www.bibvirt.futuro.usp.br

Mesmo após o uso de padrões de pedra ou madeira para a comparação de grandezas, as dificuldades de comunicação entre os povos ainda continuavam, pois, por exemplo, cada povo tinha seu padrão de cúbito, isto é o cúbito egípcio era diferente do cúbito dos sumérios e dos assírios e entre eles também.

Com a expansão do comércio, o homem, fixando-se em cidades e intensificando o intercâmbio entre os povos, essa diversidade de padrões de medida passou a se constituir um problema. Houve a necessidade da padronização e a criação dos sistemas de medida.

O metro foi criado na época da Revolução Francesa (1.789), e representou a primeira tentativa de se implantar um padrão universal de medida. Nesse período, na França, a população desejava a liberdade, a igualdade e fraternidade para todos os homens. Os ideais de universalidade levaram à escolha do metro como uma fração de um meridiano terrestre, isto é, escolheu-se o próprio Planeta Terra como referência para o padrão de medida de comprimento.

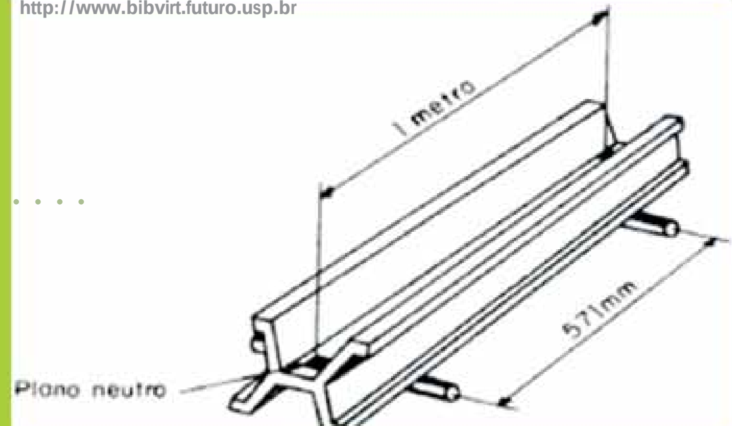
http://www.bibvirt.futuro.usp.br

1 metro = 1/10 000 000 do arco que corresponde a 90^0 do meridiano terrestre que passa por Paris.

Para que todos pudessem utilizar corretamente o novo padrão, foram gravados em uma barra de platina (metal que não se dilata muito com o calor e nem se retrai muito com o frio), dois traços fortes, situados a uma distância de um metro.

Dessa forma, "o metro passou a ser definido, em 1 789, como o comprimento entre dois traços médios extremos gravados na barra de platina guardados nos arquivos, na França". (MACHADO, 2.000). No Brasil, o sistema métrico foi adotado em 1 938.

http://www.bibvirt.futuro.usp.br



Em 1.983, usou-se um outro referencial para o metro. O metro relaciona-se a uma fração ou parte da distância percorrida pela luz, no vácuo em um segundo.

1 metro = 1/300.000.000 da distância percorrida pela luz, no vácuo, em 1 segundo.

Atualmente, apesar da universalização, no Brasil e em outros países, têm-se padrões diferentes para medir as mesmas grandezas. Por exemplo, para medir grandes extensões de terra têm-se: um alqueire paulista que equivale a 24 200 metros quadrados; um alqueire mineiro que equivale a 48 400 metros quadrados e um alqueire do Norte que equivale a 27 225 metros quadrados.

Padrões utilizados na Antigüidade são empregados até hoje como, por exemplo: o pé corresponde a 30,48 cm, a polegada corresponde a 2,54 cm e a jarda corresponde a 91,44 cm.

Observa-se, então, que a história das medidas acompanha a história da humanidade, e que as modificações nos processos de medida, na escolha dos padrões e instrumentos de medida acontecem devido às mudanças do modo de vida dos homens, de suas necessidades, de suas relações com o Estado, do seu desenvolvimento político-social e das suas lutas pela conquista de novos valores.

2. Questões relacionadas ao texto

TI 2

Quando vamos comprar um televisor pelo seu tamanho fazemos referência a uma medida em polegadas. Se o televisor é de 20 polegadas, o que isto significa?

Qual é esse valor aproximadamente em centímetros?

Meça dois televisores diferentes de plasma ou LCD (telas de cristal líquido) de mesmas polegadas e verifique as suas dimensões: altura, comprimento e largura. Necessariamente, as dimensões de uma são iguais as da outra?

Agora, assinale a alternativa que melhor contempla o objetivo pedagógico desta atividade:

( ) Pretende-se, com esta atividade, que o aluno manipule informações de duas unidades de medida diferentes, referentes à mesma grandeza (comprimento), por meio da conversão de valores e do cálculo aproximado;

( ) Pretende-se, com esta atividade, que o aluno conheça diferentes unidades de medida.

TI 3

No Texto "A História das Medidas de Comprimento: do Corpo Humano ao Padrão Universal" foram enfocadas questões da história da Matemática, abordando especificamente sistemas de numeração e padrões de instrumentos de medida de comprimento. Nessa parte, verificou-se que o homem iniciou o processo de medição a partir de seu próprio corpo até chegar à velocidade da luz, na ânsia de conquistar o espaço. Percebeu-se que a Matemática foi construída para resolver problemas que surgiram a partir de novas necessidades do homem. Agora, responda:

Como esse trabalho pode contribuir, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para uma discussão com os alunos sobre os aspectos sociais, políticos e culturais presentes no ensino de Matemática?

3. Relembrando nosso encontro

TI 4

Sabemos que desde muito cedo as crianças têm experiências com as marcações do tempo (dia, noite, mês, hoje, amanhã, hora do almoço, hora da escola) e com as medidas de massa, capacidade, temperatura, entre outras. Esses conhecimentos prévios são de grande importância, mas é preciso progredir na compreensão dos atributos mensuráveis de um objeto e dos procedimentos de medida. Analise as afirmações abaixo.

I - É necessário escolher uma unidade adequada, comparar essa unidade com o objeto que se deseja medir e, finalmente, contar o número de unidades obtidas.

II - Quanto maior o tamanho da unidade, maior é o número de vezes que essa unidade é utilizada para medir um objeto.

III - Existem unidades mais (ou menos) adequadas e a escolha depende do tamanho do objeto e da precisão que se pretende alcançar.

As afirmações que são coerentes com o que foi discutido no texto Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental, estudado no nosso encontro relativamente a esse assunto são:

A. Apenas a I

B. Apenas a II

C. Apenas a II e a III

D. Apenas a I e a III

TI 5

Procure no texto Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental no início deste fascículo, possíveis justificativas para erros comuns das crianças como os enunciados a seguir:

I. $\frac{1}{3}$ **é maior que** $\frac{1}{2}$ **;**

I. 0,25 é maior que 0,3;

II. 0,2 é o antecessor de 0,3.

Referências bibliográficas

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. 2. ed. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.* (1ª a 4ª série- v.3).2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: apresentação dos temas transversais e ética.* (1ª a 4ª série-v.8).2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: meio ambiente e saúde* (1ª a 4ª série-v.9).2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: pluralidade cultural e orientação sexual.* (1ª a 4ª série-v.10).2ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: temas transversais.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

BENDICK, J. *Pesos e Medidas.* Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1965.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática.* 7ª ed. Lisboa: 1978.

MACHADO, N. J. *Medindo comprimentos.* São Paulo: Scipione, 2000. Coleção Vivendo a Matemática.

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. *Proposta curricular de Matemática para o CEFAM e habilitação específica para o magistério*. São Paulo: CENP/SEESP, 1990.

http://www.somatematica.com.br , acesso em: 04/07/05

http://www.abrelpe.com.br acesso em 08/07/2005

http://www.setorreciclagem.com.br acesso em 08/07/2005

http://www.lixo.com.br acesso em 08/07/2005

http://www.abepet.com.br acesso em 06/06/2005

http://www.ibge.gov.br acesso em 06/06/2005

http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/temperatura/temperatura.html, acesso em 02/07/2005,

http://www.detetiveamaral.com.br/portal/sist_monet.htm , acesso em 02/07/2005

http://www.satisnc.com/art/, acesso em 02/07/2005

Pró Letramento

Matemática

Tratamento da Informação

fascículo 6

Andressa Cesana Biral
Eloísa Maria Ferrari Santos
Joccitiel Dias da Silva
Márcia Inês Pandolfi Sesana

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Sumário

Apresentação do Fascículo 6

O Tratamento da Informação e a Aprendizagem

No passado não tínhamos um volume tão significativo de informações. Poucas pessoas tinham acesso a meios de comunicação como a televisão, jornais, revistas, e, principalmente, a Internet. Para conseguirmos compreender bem todas as informações em que somos envolvidos precisamos de mecanismos que nos auxiliem a coletar, organizar, comunicar e interpretar dados utilizando diversos tipos de registros, tais como gráficos e tabelas. Por isso é tão importante que a criança desde o início do processo do letramento esteja em contato com instrumentos que a ajudem a fazer uma boa leitura do mundo que a cerca.

Por que o tema *Tratamento da Informação* está associado à matemática? Podemos citar dois motivos principais:

· Inúmeras informações divulgadas incluem dados numéricos (índices, taxas, porcentagens, valores em dinheiro etc.);

· Há um ramo da Matemática, a Estatística, que visa organizar, resumir, apresentar e interpretar as informações. A Estatística trabalha com médias, percentagens, tabelas, gráficos etc.

Diariamente, jornais e televisão apresentam gráficos que descrevem situações das mais variadas, cujas interpretações nem sempre são tão simples como parecem. Por isso é necessário que todo indivíduo conheça o suficiente sobre gráficos para perceber o valor de uma amostra visual da informação e ser capaz de interpretá-la ao se deparar com esse recurso nas diversas situações de leitura.

Ao propor esse conteúdo espera-se que o aluno possa recolher dados sobre fatos e fenômenos do cotidiano e, utilizando-se de procedimentos de organização, possa expressá-los com instrumentos que facilitem a visualização e a organização. Espera-se ainda que o aluno inicie o processo de fazer previsões das informações que possui.

É interessante que o professor aproveite as situações que favoreçam a construção e o uso de tabelas e gráficos ressaltando a importância desses recursos. Nesse sentido, o professor pode buscar atividades que propiciem ao aluno:

· Observar o uso de gráficos e tabelas em revistas e jornais.

· Comunicar idéias matemáticas de diferentes formas: oral, escrita, por tabelas, gráficos etc.

· Explorar a função do número como código na organização de informações (linhas de ônibus, telefones, placas de carro, registro de identidade, roupas, calçados, etc). Obs.: Este conteúdo foi trabalhado no fascículo 1, na seção Trabalhando Juntos.

· Resolver situações desafiadoras envolvendo raciocínio com operações e análise combinatória.

· Explorar a idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte".

· Obter média aritmética por meio de situações-problema.

Os conteúdos de matemática, além de favorecerem os processos de crescimento pessoal, objetivam dotar os alunos de habilidades que o ajudarão a serem práticos e competitivos para interpretar e agir sobre os aspectos matemáticos do ambiente em que estão inseridos.

Fascículo 6 - Tratamento da Informação

Roteiro de trabalho para o encontro

Pensando Juntos

Nossos Encontros

Ufa! Entre tantos atropelos, sufocos e, é claro, alegrias, chegamos a mais um encontro. É hora de iniciarmos nossa troca de experiências.

Durante as últimas quinzenas nos envolvemos com o conteúdo sobre Grandezas e Medidas.

Várias atividades foram propostas para serem trabalhadas com os alunos. Estamos curiosos para saber o resultado.

Momento da troca de experiências:

Discutindo:

a) Das atividades propostas, quais foram mais significativas para o trabalho em sala de aula? Por quê?

b) Qual foi a maior dificuldade no estudo do Fascículo Grandezas e Medidas?

c) Qual foi o maior sucesso?

d) Relate a aprendizagem nova que você, enquanto professor ou professora, adquiriu.

Fonte: http://piano.dsi.uminho.pt/museuv/1622a1818.html

Após discussão faça um breve registro das questões mais significativas. Não esqueça de entregar as atividades individuais ao seu tutor.

Trabalhando em grupo

1 - Texto para leitura

Tratamento da Informação e Matemática

O ensino de matemática no 1º e 2º ciclo é desafiador, já que os alunos estão enfrentando uma fase de questionamentos sobre os acontecimentos que os cercam. Assim, dependendo de como o ensino é apresentado, ele pode contribuir para a formação de cidadãos autônomos e capazes de pensar por conta própria.

Este fascículo apresenta para você, professor, uma proposta de estudo de um novo conteúdo: *Tratamento da Informação*. Neste bloco tratamos dos conceitos fundamentais da estatística a partir da análise de dados em tabelas e gráficos propiciando interpretação das informações e comparações. Além disso, a abordagem da estatística neste trabalho pretende ser um instrumento para construir atitudes críticas diante de situações da vida cotidiana. De fato, uma das características que regerão todo o desenvolvimento deste projeto é a busca de uma formação que privilegie a coleta, a seleção, a organização e a interpretação crítica de dados quantitativos da realidade, as inferências baseadas em informações qualitativas ou dados numéricos e a utilização das novas tecnologias de computação e da informação.

O Tratamento da Informação é um dos blocos de conteúdos propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Assim, a Estatística, que é um ramo da Matemática Aplicada, está diretamente relacionada ao ensino de matemática no Ensino Fundamental inclusive para as séries iniciais.

Sabe-se que fenômenos e acontecimentos podem ser observados e descritos de várias maneiras. Conforme Nazareth (2003), "para tal, necessitamos de meios de comunicação claros, sintéticos, objetivos". Sendo assim, a estatística serve de ferramenta fundamental para compreendermos tantas informações presentes no nosso dia-a-dia.

A palavra Estatística deriva de "status" (estado em latim) e, em conformidade com Costa (2005), "sob essa palavra acumularam-se descrições e dados relativos ao estado. A Estatística, nas mãos dos estadistas, constitui-se verdadeira ferramenta administrativa". Costa (2005) ainda menciona que, embora a palavra Estatística não existisse há 3.000 anos a.C., já se faziam censos na Babilônia, China e Egito. Na Bíblia, por exemplo, pode-se observar menções às aplicações estatísticas: Maria e José fugiram para Belém durante a realização de um censo, na época do imperador César Augusto.

Concomitante à evolução da humanidade, vem a necessidade da investigação de fenômenos não apenas sociais, mas políticos, econômicos, financeiros e outros mais. Assim a Estatística apresenta-se como um método ou uma ferramenta auxiliar no estudo desses fenômenos.

A Estatística destacou-se na Inglaterra no século XVII, a partir das tábuas de mortalidade, a dita Aritmética Política, de John Graunt. Seu trabalho consistiu de exaustivas análises de nascimentos e mortes. Foi somente por volta da metade do século XVIII que a palavra Estatística foi mencionada pela primeira vez pelo acadêmico alemão Gottfried Achenwall. (COSTA, 2005, p.5)

Hoje pode-se contemplar a Estatística em três áreas: Descritiva, Probabilidade e Inferência. A Estatística Descritiva é a que usa números para descrever fatos e compreende a organização, o resumo e, de modo geral, a simplificação de informações. A Probabilidade enquadra-se nas situações que envolvem o acaso. Por exemplo: jogos de dados e de cartas e o lançamento de uma moeda para o ar. A maioria dos jogos esportivos também é influenciada pelo acaso até certo ponto, assim como a decisão de imunizar pessoas com mais de sessenta anos contra determinada doença e a decisão de arriscar-se a atravessar uma rua no meio do quarteirão; etc. Já a Inferência diz respeito à análise e interpretação de dados de uma amostra (parte selecionada de toda a população em determinada pesquisa). Esses dados são os obtidos a partir da Estatística Descritiva. Essas três áreas da Estatística não são separadas ou diferentes. Ao contrário, elas tendem a se entrelaçar.

Pelo fato de que atualmente é muito freqüente a apresentação das informações fornecidas pelos meios de comunicação por meio de dados estatísticos organizados em tabelas, gráficos, medidas espaciais etc., é imprescindível o tratamento da Estatística também na Matemática do Ensino Fundamental, de forma que os alunos tenham maiores oportunidades de analisar o mundo a sua volta com criticidade e autonomia.

2 – Um Olhar Sobre os Conteúdos Propostos no Tratamento da Informação

2.1 - A Combinatória

Combinatória é a possibilidade de combinar objetos, permitindo a contagem dos mesmos, agrupados por determinadas características. Por exemplo: ao nos vestirmos, combinamos calças e camisas que têm características diferentes. Se tivermos três camisas e duas calças quantas são as possibilidades de combiná-las?

Tarefa 1

Ana saiu para tomar sorvete. Ela quer tomar duas bolas de sorvete de sabores diferentes. A sorveteria tem cinco sabores: chocolate, morango, flocos, coco e maracujá. Quantas são as opções que Ana tem para escolher?

2.2 - A Probabilidade

As probabilidades são utilizadas para exprimir a chance de ocorrência de determinado evento. Por exemplo: quando um meteorologista afirma que há uma chance de 70% de chover ou um comentarista de futebol afirma que há 20% de chance de um determinado time vencer um campeonato.

Tarefa 2

Daniel apostou com Flávio que ao jogar um dado obteria um número maior que três. Quais são as chances de Daniel ganhar a aposta?

2.3 - A Estatística

Ao aprofundarmos o tema Tratamento da Informação, somos envolvidos por uma terminologia própria da Estatística. Assim, propomos uma aventura às terminologias da Estatística, ao mesmo tempo em que possibilitaremos a visualização do trabalho de sala de aula.

Estatística é coleta, apresentação, análise e interpretação de dados numéricos.

Exemplos de dados estatísticos:

· Quantidade de alunos por sala de aula em uma escola.

· Tempo de escolaridade da população brasileira.

· Período de alfabetização dos alunos de uma determinada escola.

Como podemos começar uma pesquisa estatística?

Definindo a População e a Amostra

Se o nosso objetivo é saber qual é a matéria preferida entre os alunos de uma classe podemos perguntar a todos pois se trata de poucos indivíduos, isto é, a população em questão é pequena. A população, nesse caso, é formada por todos os alunos da classe. No entanto, se quisermos saber qual a preferência eleitoral do nosso município, fica inviável perguntar a todos os eleitores. Nesse caso toma-se uma amostra: um grupo de eleitores que, consultado, indica o resultado mais próximo possível da realidade.

É comum aparecer nas publicações o número de pessoas pesquisadas, pois a escolha da amostra (quantos e quais eleitores) é fundamental para a confiabilidade do resultado.

Tarefa 3

Possibilidades de pesquisas: Lazer preferido da população da região, esporte mais praticado na região, produtos da cesta básica mais consumidos, merenda escolar de que mais gostam.

Agora é sua vez: Elabore várias situações de pesquisa de forma que, em algumas seja utilizada a população e em outras, a amostra da população.

Das situações apresentadas ou elaboradas por você, escolha duas para desenvolver com os alunos.

Verificando "As Variáveis"

As variáveis podem ser qualitativas ou quantitativas.

As variáveis qualitativas exprimem qualidades ou atributos. Por exemplo: cor de cabelo, esporte favorito.

As variáveis quantitativas exprimem contagem; os valores tomados são numéricos.

Tarefa 4

A partir das situações de pesquisa elaboradas por você na Tarefa 3, verifique quais possuem variáveis qualitativas e quais possuem variáveis quantitativas.

Representação dos dados estatísticos

Depois de colhidos os dados necessários à pesquisa, convém os organizarmos de maneira prática e racional para melhor entendimento do fenômeno que está sendo estudado. Esta organização se dá por meio de **tabelas** e **gráficos**.

Tabelas

As tabelas contêm um conjunto de informações (observações) em um quadro.

Fonte: http://www.deltadoparnaiba.com.br

Vendas da Companhia Uçá – 1997/ 2004

Ano	Vendas (número de caranguejos)
1997	83.000
1998	75.500
1999	90.000
2000	100.000
2001	60.000
2002	17.800
2003	21.600
2004	19.000

Fonte: Gerlânia P. de Bortoli (2005)

A construção das tabelas deve obedecer à Resolução nº 886, de 26 de outubro de 1966, do Conselho Nacional de Estatística.

Numa tabela, há alguns elementos importantes:

· **Cabeçalho:** Ele fornece informações sobre o que está sendo apresentado. Deve conter o suficiente para responder às questões: *O quê? Onde? Quando?;*

· **Corpo:** São as colunas e subcolunas onde estão contidos os dados;

· **Rodapé:** Reservado para observações pertinentes, como por exemplo, a fonte dos dados.

As tabelas ainda são classificadas como:

· **Série Cronológica, Temporal, Evolutiva ou Histórica:** Os dados são observados segundo uma linha de tempo;

· **Série Geográfica ou de Localização:** Observação dos dados segundo uma determinada localidade;

· **Série Específica:** Nestas tabelas, os dados se agrupam segundo uma modalidade de ocorrência;

· **Distribuição de Freqüências:** Os dados são dispostos com suas respectivas freqüências absolutas.

A tabela mostrada na página anterior é do tipo cronológica.

As tabelas auxiliam muito na representação e interpretação dos dados. No entanto, se esta contém muita informação, pode tomar um bom tempo para seu entendimento. Para evitar essa complicação podemos organizar as informações de gráficos conforme veremos à frente.

Tarefa 5

Imaginemos a seguinte situação:

João, um senhor de idade avançada, possui um carrinho de lanches e trabalha nos finais de semana próximo à sua residência, complementando sua renda familiar. Durante um período resolveu anotar suas vendas para verificar a preferência de seus clientes. Suas anotações ficaram assim: no mês de Março vendeu 310 cachorros-quente, 205 hambúrgueres e 227 churrasquinhos. No mês de Abril vendeu 282 cachorros-quente, 124 hambúrgueres e 191 churrasquinhos. Seguindo a anotação, encontramos para o mês de Maio as seguintes vendas: 131 cachorros-quente, 104 hambúrgueres e 134 churrasquinhos.

A forma como se encontram as informações sobre a venda dos lanches está de fácil visualização? E se construirmos uma tabela? Vamos verificar?

Venda de lanches do Sr. João

Meses	Cachorro-Quente	Hambúrguer	Churrasquinho
Março	310	205	227
Abril	282	124	191
Maio	131	104	134

Vejamos as propostas de leitura das informações:

a) Quantos cachorros-quente foram vendidos?

b) Quantos hambúrgueres foram vendidos?

c) Qual o total de lanches vendidos?

d) Qual foi o mês de maior venda de lanche?

e) Qual foi o mês de menor venda de lanches?

É mais fácil para o aluno fazer a leitura das informações no texto ou nas informações organizadas em forma de uma tabela?

Além das perguntas feitas acima, temos possibilidade de trabalhar outras leituras, como: O que está acontecendo com a venda dos lanches? Por que as vendas estão reduzindo? Será que estão reduzindo porque o lanche não está agradando ou porque o período de Verão está encerrando?

Podemos trabalhar ainda com a probabilidade de resultados, com operações de números naturais. Podemos planejar outras situações de trabalho envolvendo as famílias da comunidade escolar. É preciso discutir os resultados e levantar hipóteses para solucionar os problemas detectados nas informações coletadas.

Gráficos

Forma rápida e objetiva de apresentar e analisar dados.

Os gráficos estatísticos utilizam-se de recursos visuais, possibilitando ao leitor um entendimento imediato.

Existem várias formas de representar graficamente uma pesquisa estatística. Essas formas serão apresentadas abaixo:

Gráficos de Barras

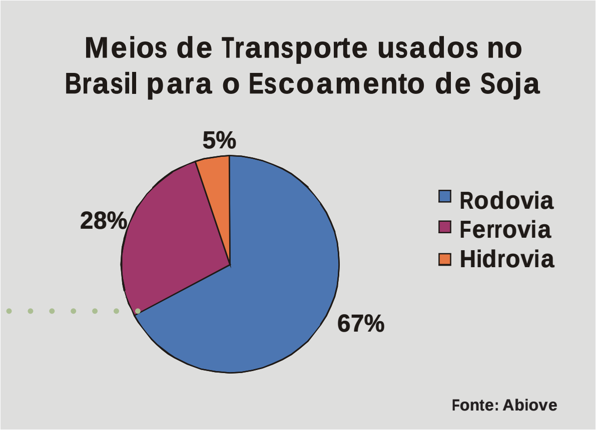
Os gráficos em barras (verticais ou horizontais) são usados, em sua maioria, para comparar diferentes variáveis ou diferentes valores de uma mesma variável. A seguir, um exemplo.

Gráficos de Segmentos

O gráfico em segmentos é indicado para representar crescimento, decrescimento ou estabilidade de uma determinada variável. O comportamento dessa variável é facilmente observado nesse tipo de representação.

Gráficos de Setores

O gráfico de setores evidencia apenas uma variável, onde o leitor tem a visão de toda a população e os percentuais que essa variável apresenta.



Tarefa 6

A expectativa de vida brasileira

No campo da demografia, o Brasil se aproxima dos países desenvolvidos nos seguintes aspectos: a população fica proporcionalmente mais velha à medida que diminuem a taxa de natalidade. Além disso, aumenta a longevidade dos indivíduos.

Observe e analise o gráfico que mostra a esperança de vida do brasileiro.

a) A esperança de vida do brasileiro entre 1994 e 2002 diminuiu, aumentou ou manteve-se estável? Justifique sua resposta.

b) Em que ano a esperança de vida do brasileiro ultrapassou 68 anos?

c) Em quantos anos aumentou a esperança de vida do brasileiro entre 1994 e 2002?

d) Formule algumas hipóteses que possam justificar esse aumento da esperança de vida ao nascer do brasileiro.

e) A partir das informações contidas no gráfico elabore problemas envolvendo os dados numéricos.

Medidas de tendência central

A partir dos resultados numéricos obtidos em uma pesquisa, é possível estabelecer valores, usando critérios estatísticos, que sumarizem os resultados obtidos.

Exemplo: Cada dia, sempre no mesmo horário, um instituto de meteorologia verifica a temperatura ambiente. Após um mês, esse instituto pode aplicar a idéia de média aritmética para atribuir um único valor de temperaturas àquele mês. Este valor é chamado de temperatura média mensal e se constitui em um exemplo de medida de tendência central.

Entre essas medidas encontramos a média aritmética, a mediana e a moda. Porém, trabalharemos apenas com a média aritmética, pois é de simples compreensão e de grande utilização no cotidiano.

Por exemplo, se considerarmos que as alturas de quatro alunos de uma turma sejam 135cm, 140cm, 141cm e 142cm, pode-se calcular a altura média desses alunos! Como fazer isso? Basta somarmos as alturas e dividirmos o resultado por quatro. Assim, temos que a média é (135+140+141+142)/4 = 558/4 = 139,5cm. Isso significa que se todos os alunos pudessem ter a mesma altura, ela seria 139,5cm.

Pode-se então definir a média como a divisão entre a soma de todos os elementos a serem considerados e a quantidade desses elementos.

Tarefa 7

Um lojista fez um levantamento de quanto ele lucrou por dia durante uma semana.

Quanto, em média, ganhou este lojista?

- **No 1º dia o lucro foi de R$ 100,00**
- **No 2º dia o lucro foi de R$ 150,00**
- **No 3º dia o lucro foi de R$ 120,00**
- **No 4º dia o lucro foi de R$ 130,00**
- **No 5º dia o lucro foi de R$ 100,00**
- **No 6º dia o lucro foi de R$ 150,00**

http://www.turismomocambique.co.mz

O cotidiano da sala de aula 1

Abaixo apresentamos uma seqüência de atividades que poderão auxiliar na sala de aula. Em grupo, analise cada sugestão e identifique as competências que os alunos desenvolverão a cada atividade.

Sugestões de Atividades de Tabelas e Gráficos

1) Levantar dados e representá-los em uma tabela são ações que costumam despertar o interesse dos alunos. Assim, a partir de uma pergunta como: "Qual sua brincadeira favorita?", pode-se organizar uma pesquisa de opinião na sala de aula e as respostas obtidas são registradas em uma tabela.

Fonte: Gerlânia P. de Bortoli, 2007

Primeiro coloca-se na mesa da professora pequenos cartazes com o nome das brincadeiras preferidas.

Depois, distribui-se entre os alunos caixinhas de fósforo vazias. Cada um deverá colocar sua caixinha no lugar referente à brincadeira preferida.

Veja os resultados.

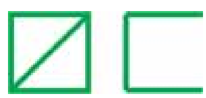
Fonte: Gerlânia P. de Bortoli, 2007

Assim, as crianças podem organizar o gráfico no caderno, sob a orientação do professor.

Brincadeiras Favoritas da Turma A

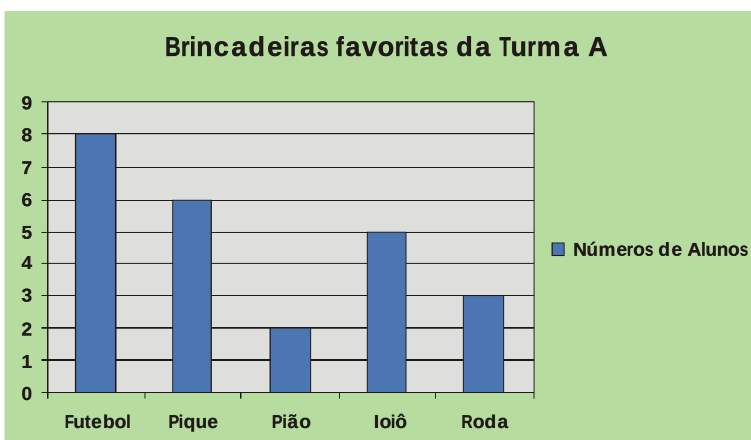
Brincadeiras	Marcas	Números de alunos
Futebol	IIIIIIII	8
Pique	IIIIII	6
Pião	II	2
Ioiô	IIIII	5
Roda	III	3

· Aproveite e explique aos alunos como podem ser organizadas as marcas, contando um a um os tracinhos registrados ou contando em grupos de 5 (cinco) tracinhos.

Ex.: Futebol 

· Faça perguntas para saber se ficou clara a interpretação da tabela.

Com a tabela pronta, fica fácil construir um gráfico.



Fonte: Turma A da Escola Criança Feliz.

As informações que aparecem em uma tabela podem ser visualizadas rapidamente quando transpostas para um gráfico. (Caderno da TV Escola - Matemática 2, 1998 - p.61 e 62).

A partir da 3ª ou 4ª série, você poderá orientar seus alunos a construir tabelas a respeito de temas que já estão sendo estudados e outros de seu interesse, como:

· o programa de TV preferido;

· o campeonato brasileiro de futebol;

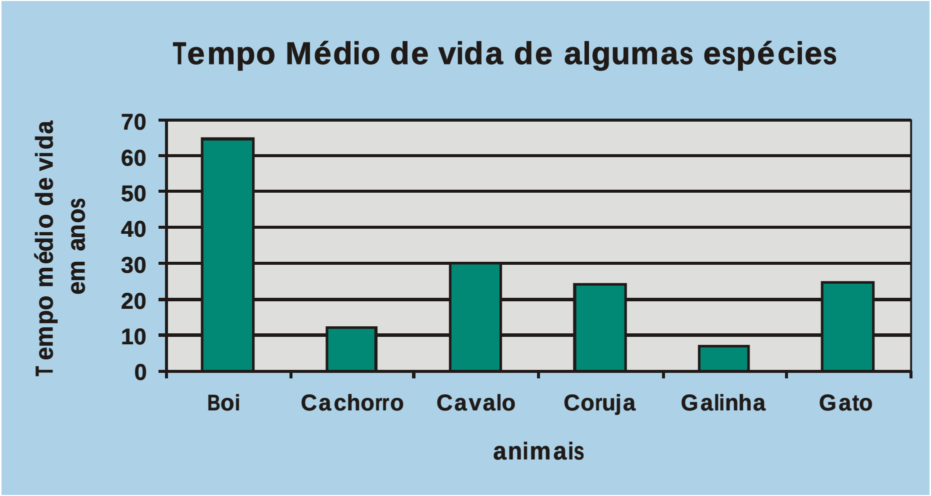
· os animais em extinção com tempo médio de vida;

· as preferências dos eleitores em época de eleição;

· número de Estados de cada região.

2) Observar gráfico e elaborar problemas como:

Observe o gráfico abaixo, que traz uma média do tempo de vida de algumas espécies.



Fonte: Fazenda Santa Cruz

Elabore problemas envolvendo os dados numéricos apresentados neste gráfico.

Obs.: O professor pode usar papel quadriculado para construir tabelas e gráficos. Também é interessante recortar gráficos de jornais e revistas para discuti-los em sala.

Sugestões de atividades sobre possibilidades e raciocínio combinatório

a) Desafio

Quando 4 pessoas se encontram, quantos apertos de mão são possíveis? Como você encontrou o resultado?

b) A boneca tem 2 blusas e 3 saias. Assim, ela pode se vestir de 6 maneiras diferentes. Desenhe todas essas 6 maneiras.

c) O jogo de baralho vai ser jogado em duplas: uma contra a outra. Escreva uma lista com todas as duplas possíveis de serem formadas pelas 5 crianças que vão jogar.

Qual o total de duplas que podem ser formadas?

d) Imagine que você trabalha no caixa de uma loja e que um cliente lhe pague a compra de R$ 127,00 com 3 notas de R$ 50,00. Como você daria o troco ao cliente, usando as notas e moedas que estão atualmente em circulação? Mostre de três formas diferentes. Compare suas respostas com as dos colegas e verifique que há um grande número de possibilidades.

e) Coloque numa caixa de sapatos 2 canudinhos vermelhos, 4 azuis e 7 verdes e misture-os. Tire um canudinho sem olhar. Assinale a cor dele numa tabela e devolva-o à caixa.

· Faça uma previsão: se você repetisse esse experimento 20 vezes, qual cor seria a menos tirada? E a mais tirada?

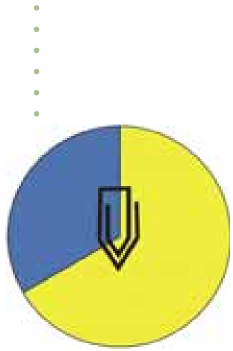
· Conferindo sua previsão: repita 20 vezes e verifique o que ocorreu. Sua previsão foi correta?

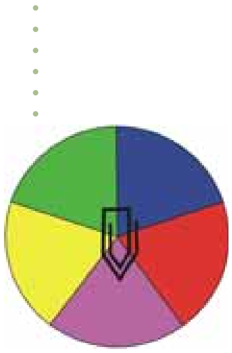
f) Pedro e João fizeram a seguinte brincadeira: combinaram de jogar um dado e verificar o número tirado. Caso saísse um número par, João seria declarado o vencedor. Caso saísse um número ímpar, o vencedor seria Pedro. Você acha que algum dos dois tem mais chances de ganhar o jogo? Por quê?

g) Pedro e João decidiram lançar o dado novamente. Desta vez, Pedro apostou que sairia um número maior do que 4, enquanto João disse que o número tirado não seria maior do que 4. E agora, quem é favorito? Explique sua resposta.

h) Construa com os alunos roletas coloridas e execute com eles essa experiência algumas vezes.

Se você girasse o clipe da figura a esquerda, haveria mais chance dele parar em qual cor? Por quê? E e o da figura direita, em qual cor seria mais provável que o clipe parasse? Por quê?





Nossas conclusões

Vamos à produção do relatório de aprendizagem:

1) Sobre o conteúdo desse fascículo:

· Apresentou desafios?

· Quais foram as novidades?

· Qual a importância desses conteúdos nas séries iniciais do Ensino Fundamental?

2) Considerações sobre as atividades propostas:

· São possíveis de realizar em sala de aula? Apresentam grau de dificuldade para executá-las?

· Quais adequações são necessárias?

3) Que dúvidas ainda permanecem?

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entreguem este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 6 - Tratamento da Informação

Roteiro de trabalho individual

Nos próximos quinze dias você deverá continuar a sua busca por uma melhor compreensão no trabalho com o conteúdo Tratamento da Informação. Você vai refletir sobre o uso de tabelas e gráficos em sala de aula a partir de um texto elaborado pelas professoras Circe Mary Silva da Silva, Simone Torres Lourenço e Ana Maria Côgo e realizar algumas atividades propostas. Não esqueça de anotar suas impressões e observações durante a realização das atividades.

Na sociedade atual, tudo o que se relaciona com a informação tem uma importância cada vez maior. Essas informações, que podemos ler todos os dias nos diferentes meios de comunicação, vêm acompanhadas muitas vezes de tabelas e gráficos de vários tipos. Portanto, é importante que as pessoas tenham conhecimento necessário para entender o significado dessas informações e que saibam interpretar os diferentes instrumentos que são utilizados para representá-las.

Vamos ler o texto e observar os vários conhecimentos matemáticos de que necessitamos para compreendê-lo.

1. Texto para leitura

A situação atual na terra indígena Comboios[1]

Na "Terra Indígena de Comboios", existe uma aldeia e um Posto Indígena às margens do rio Comboios, na altura da Vila do Riacho. Além dessa aldeia, encontram-se habitações indígenas dispersas ao Norte e ao Sul da área, nos locais denominados pelos índios de "Comboios de Cima" e "Comboios de Baixo".

Localizada no centro da Terra Indígena, a aldeia de Comboios tem somente uma rua principal, ladeada de casas de madeira ou de estuque, que estão sendo trocadas por outras casas novas, de alvenaria, construção patrocinada pela Pastoral Indígena de Colatina e João Neiva.

Os Tupiniquins costumam fazer a travessia do rio da aldeia até a estrada que liga Comboios à Vila do Riacho. O rio Comboios era uma antiga fonte de recursos naturais para o povo Tupiniquim, mas atualmente é utilizado apenas como meio de transporte.

O chefe do Posto Indígena de Comboios, o Sr. Ronaldo Pereira Batista, havia realizado, poucos meses antes da estada do Grupo de Trabalho (GT) em campo, um levantamento demográfico da população daquela Terra Indígena. Nesse censo, datado de 31/05/94, encontramos 243 habitantes em Comboios, distribuídos nas seguintes faixas etárias, por sexo:

[1] Texto escrito pela professora Circe Mary Silva da Silva, Mestre em Matemática, Doutora em Educação Matemática e Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Distribuição por faixa etária e sexo dos habitantes da aldeia de comboios

	Sexo masculino	Sexo feminino
0 a 10	50	47
11 a 20	30	18
21 a 30	24	18
31 a 40	12	5
Acima de 40	23	16
Total	**139**	**104**

Fonte: Texto extraído de documento da FUNAI de 1998, apud Silva, Circe Mary Silva da.

Na frase "Nesse censo, datado de 31/05/94, encontramos 243 habitantes em Comboios..." os números possuem duas finalidades: informar sobre um dia em que um fato aconteceu (registro de tempo) e sobre o número de habitantes (registro de quantidades). Portanto, além da leitura do número de habitantes (243) há também a leitura da data (tempo) em que foi realizada essa contagem (31/ 05/94).

Em relação à data 31/05/94, essa é uma forma abreviada de escrever 31 de maio de 1994. Essa forma abreviada relaciona dia, mês e ano. O mês de maio corresponde ao quinto mês do ano. Portanto:

· o mês de janeiro corresponde a 01 (primeiro mês do ano);

· o mês de fevereiro corresponde a 02 (segundo mês do ano);

· o mês de abril a 04 (ou quarto mês);

· o mês de maio a 05 (ou quinto mês);

· e assim sucessivamente até chegar ao mês de dezembro (12).

Convém ressaltar que a notação para a data mencionada no texto pode ser óbvia para uma pessoa já alfabetizada. Entretanto, para uma pessoa que está iniciando sua participação em um processo educativo, é extremamente importante a explicação dessa notação para o completo entendimento do texto.

Pra ler o número de habitantes da aldeia seguimos os princípios do *Sistema de Numeração Decimal* já apresentados em fascículos anteriores.

Como podemos verificar, os dados mais importantes desse texto dizem respeito à distribuição por sexo e por faixa etária dos habitantes da Aldeia de Comboios. Esses dados estão sendo apresentados em forma de uma **tabela**, cuja leitura e interpretação exigem determinados conhecimentos matemáticos.

Fonte: *O Pensador* do Escultor Auguste Rodin.

Tabela é uma representação utilizada para ajudar a leitura e compreensão de dados numéricos. Por ter uma visualização fácil ela auxilia a compreensão das informações que desejamos comunicar.

Uma tabela é formada por linhas e colunas que devem conter apenas os dados essenciais. As linhas são dispostas na posição horizontal e as colunas na posição vertical.

No texto “A situação atual na terra indígena Comboios” temos uma tabela que relaciona a faixa etária ao gênero. Ela possui três colunas que representam a faixa etária, sexo masculino e sexo feminino, cujos dados aparecem na posição vertical. Há cinco linhas na posição horizontal com as quantidades de habitantes em cada faixa etária e uma linha com os totais.

Observe que, na primeira coluna da tabela 1 (Faixa etária) as idades aparecem representadas em faixas. Assim, a faixa *0 a 10* significa todas as pessoas com idade entre zero e dez anos; a faixa *11 a 20* significa todas as pessoas com idades compreendidas entre onze e vinte anos, e assim por diante. Por exemplo, um índio que possui 20 anos está relacionado na faixa etária *11 a 20* anos.

Para se fazer a leitura e a interpretação de uma tabela, é necessário encontrar o resultado do cruzamento entre uma linha e uma coluna. Por exemplo, de acordo com a tabela 1, havia na Aldeia de Comboios, 30 índios do sexo masculino com idade variando entre 11 e 20 anos.

A fácil visualização da tabela nos permite comparar suas informações e responder a algumas questões:

· quantos habitantes havia com idade entre 0 e 10 anos? 50 + 47 = 97 habitantes

· quantos entre 11 e 20 anos? 30 + 18 = 48

· quantos entre 21 e 30 anos? 24 + 18 = 42

· quantos entre 31 e 40 anos? 12 + 5 = 17

· quantas pessoas acima de 40 anos? 23 + 16 = 39

· em qual faixa etária havia mais homens? De 0 a 10

· e mais mulheres? 0 a 10

Para responder a essas e outras questões foi necessário relacionar os números que aparecem nas linhas e colunas da tabela.

No mundo contemporâneo

é indispensável que saibamos tratar as informações, selecioná-las e usá-las com a maior competência.

Qual a importância desse conteúdo para as séries iniciais do Ensino Fundamental? Em que momento esse conteúdo deverá ser trabalhado? Qual a melhor estratégia para o desenvolvimento do conteúdo?

Lembre-se:

Qualquer conteúdo terá sua importância se estiver relacionado à vida real do aluno. Aprendemos somente aquilo que é significativo. Ler o mundo é ler as informações que o circundam. Ensinar a construir tabela sem primeiro saber lê-las é como ensinar o alfabeto sem saber sua função.

2. Vamos conversar?

·O que é gráfico?

·Quais tipos de gráficos que encontramos com facilidade?

·Para que servem os gráficos?

·Há diferenças entre gráficos e tabelas? Quais?

Um gráfico é uma representação por desenho ou figura geométrica. É muito utilizado nos meios de comunicação e por meio dele é possível fazer a representação de fenômenos: físicos, sociais, econômicos e biológicos.

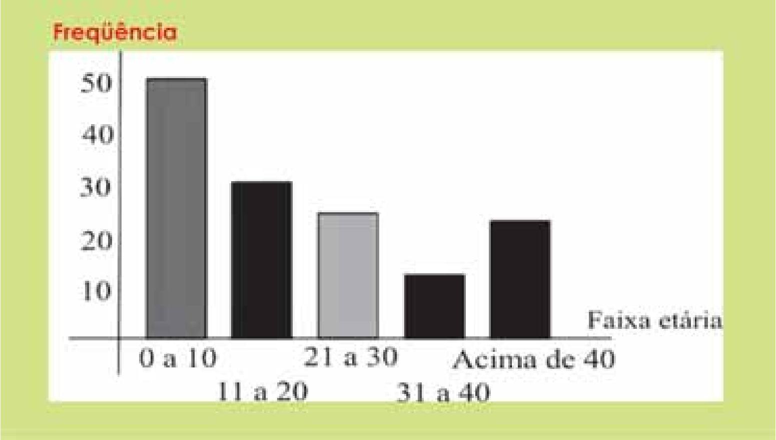
As freqüências são os números de elementos da população ou amostra, se estamos usando uma amostragem que corresponde a cada determinação da variável. Podemos exemplificar tomando a tabela 1, em que as variáveis são faixas etárias e sexo. As freqüências na faixa etária de 0 a 10 anos são 50 para o sexo masculino e 47 para o feminino.

Existem vários tipos de gráficos e antes da elaboração é necessário escolher qual deles melhor se adapta à situação que queremos representar. Os tipos mais comuns são: gráficos de colunas, gráficos de setores e gráficos de linhas.

Gráfico de colunas

Nesse tipo de diagrama as freqüências (ou, eventualmente, as porcentagens) são indicadas na escala vertical. As barras são retângulos de mesma largura e comprimentos proporcionais às freqüências. Por exemplo, para mostrar a população indígena masculina que habitava a Aldeia de Comboios por faixa etária, poderíamos ter o seguinte gráfico.

População Masculina na Aldeia de Comboios



Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p. 125.

Gráfico de setor

Também conhecido como diagrama circular. As áreas de cada setor devem ser proporcionais às respectivas freqüências.

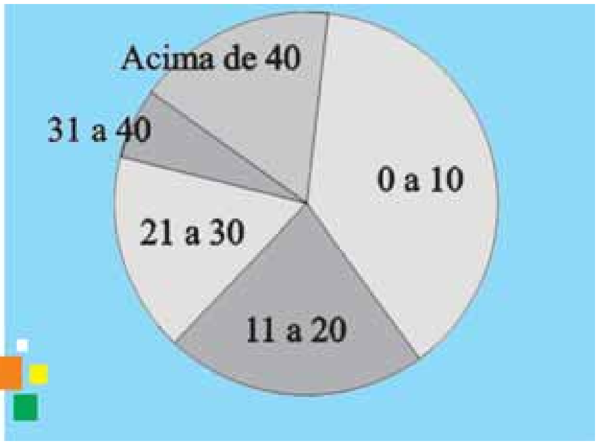
Exemplo: A partir da tabela 1, construiremos a tabela 2 que distribui a população indígena da Aldeia de Comboios por faixa etária.

Distribuição da população da Aldeia de Comboios por faixa etária

Faixa Etária	População	Porcentagem (%)	Valor Aproximado
0 a 10	97	39,92	40
11 a 20	48	19,75	20
21 a 30	42	17,28	17
31 a 40	17	7	7
Acima de 40	39	16,05	16
Total	243	100	100

Usando os dados da tabela 2, podemos construir um gráfico em setores como o que segue:

Total de habitantes da Aldeia de Comboios por faixa etária

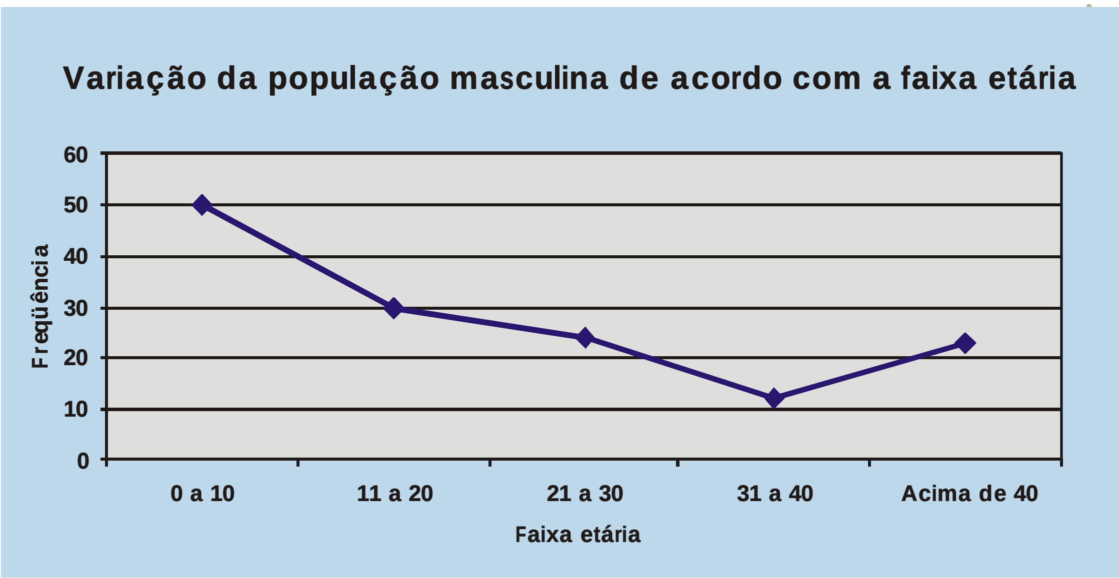


Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p.126.

Gráfico de linhas

É um gráfico construído num sistema de eixos coordenados, em que os pontos são obtidos pela intercessão das variáveis envolvidas e unidos por segmentos de reta.

Exemplificando um gráfico de linhas, a partir dos dados da tabela 1.



Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p.127.

O Cotidiano da Sala de Aula II

Lembre-se: é importante conhecer o processo de leitura e construção de todos os tipos de gráficos porém, com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, trabalharemos a competência de leitura de todos os gráficos e a elaboração apenas do gráfico de barras.

TI 1

Faça um levantamento das notas obtidas por um aluno na disciplina de Português durante seis meses e organize estes dados em uma tabela. A partir dos dados desta tabela, construa um gráfico de linhas.

Faça as tabelas para este mesmo aluno em outras disciplinas (Matemática, Ciências, História,...). No mesmo gráfico de linhas que você já iniciou, use outras cores para registrar estas novas tabelas em novos gráficos de linha.

Agora responda: O que podemos saber sobre este aluno olhando o conjunto de gráficos de linha traçados?

TI 2

Crescimento da população brasileira

Apresentamos, a seguir o gráfico que mostra a população brasileira em milhões de habitantes.

Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p.129.

Analisando o gráfico, responda:

a) De 1994 a 2002 houve crescimento da população, decrescimento da população ou ela se manteve estável? Justifique sua resposta.

b) Qual foi o ano que apresentou a maior população?

c) Em 1998, qual era a população brasileira?

d) A partir de que ano a população brasileira ultrapassou os 160 milhões de habitantes?

e) Quais os anos em que a população brasileira esteve com menos de 160 milhões de habitantes?

f) Em que ano a população brasileira ultrapassou os 170 milhões de habitantes?

g) De 1994 a 2002, a população brasileira teve um aumento de quanto por cento?

TI 3

O arroz

O consumo de arroz, no Brasil, em quilos por habitante por ano, foi o seguinte no período de 1994 a 1998: em 1994 foi 75,4; em 1995 foi 74,6;em 1996 foi 74,3; em 1997 foi 68,6; em 1998 foi 65,3.

Construa um gráfico de colunas com esses dados e responda:

a) Pode-se afirmar que o consumo de arroz por habitante aumentou ou diminuiu?

b) Considerando que a população entre 1994 e 1998 aumentou, pode-se afirmar que o consumo de arroz no Brasil aumentou ou diminuiu?

c) Houve anos em que o consumo de arroz por habitante se manteve estável? Quais?

d) Qual o ano em que houve maior consumo por habitante?

e) Qual o ano em que houve o menor consumo por habitante?

Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p.130.

TI 4

O feijão

O consumo de feijão, no Brasil, em quilos por habitante por ano, foi o seguinte no período de 1994 a 2002: em 1994 foi 21,4; em 1995, 20,9; em 1996, 20,4; em 1997, 19,6; em 1998, 15,1; em 1999, 17,6; em 2000, 17,9; em 2001, 16,7; em 2002, 17,2.

Construa um gráfico de colunas com esses dados e responda:

a) Pode-se afirmar que o consumo de feijão por habitante aumentou ou diminuiu?

b) Considerando que a população entre 1994 e 2002 aumentou, pode-se afirmar que consumo de feijão no Brasil aumentou ou diminuiu?

c) Houve anos em que o consumo de feijão por habitante se manteve estável? Quais?

d) Qual o ano em que houve maior consumo por habitante?

e) Qual o ano em que houve o menor consumo por habitante?

Lembre-se:

É indispensável saber ler e compreender tabelas e gráficos. Para tal é fundamental estimular os alunos a fazer perguntas, a estabelecer relações, a construir justificativas e a desenvolver o espírito de investigação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais alertam que a finalidade desse conteúdo é que os alunos aprendam a descrever e a interpretar sua realidade, e não apenas interpretar as representações gráficas.

"Na construção de gráficos é importante verificar se os alunos conseguem ler as informações neles representados. Para tanto, deve-se solicitar que dêem sua interpretação sobre gráficos e propor que pensem em perguntas que possam ser respondidas a partir deles" (PCN, Volume 3, pág. 132).

Fonte: Circe Mary Silva da Silva, 2004, p.131.

Referências Bibliográficas

BONJORNO, P. A.; BONJORNO, J. R. e BONJORNO, V.; *Falando de Matemática*, I. São Paulo: IBEP, sd.

GIOVANNI, J. R. e GIOVANNI JR., J. R. *Matemática Pensar e Descobrir*, II. São Paulo: FTD, 2000.

GIOVANNI, J. R. e GIOVANNI JR., J. R. *Aprendizagem e Educação Matemática*, I. São Paulo: FTD, 1990.

GIOVANNI, J. R., GIOVANNI JR., J. R. e CASTRUCCI, B. *A conquista da Matemática*, I. São Paulo: FTD, 1998.

GIOVANNI, J. R. e PARENTE, E. *Matemática*, II. São Paulo: FTD, 1988.

GIOVANNI, J. R. e PARENTE, E. *Aprendendo Matemática*, I. São Paulo: FTD,

1999.

GUELLI, O. *Matemática: Uma Aventura do Pensamento*, I e II. São Paulo: Ática, 2001.

IEZZI, G.; DOLCE, O. e MACHADO, A. *Matemática e Realidade*, I. São Paulo: Atual, 1991.

IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática*, II. São Paulo: Scipione, 1998.

ISOLANE, C. M. M.; MIRANDA, D. T. L.; ANZZOLIN, V. L. A. e MELÃO, W. S. *Matemática e Interação*, I. Curitiba: Módulo, 1999.

JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. e CENTURIÓN, M. *Matemática na Medida Certa*, I e II. São Paulo: Scipione, 2001.

MAVEIRA, L. *Matemática Fácil*, I, II e III. São Paulo: Ática, 1989.

MORI, I. e ONAGA, D. S. *Matemática: Idéias e Desafios*, I. São Paulo: Saraiva, 2000.

PIRES, C. C.; CURI, E. e PIETROPAOLO, R. *Educação Matemática*, I. São Paulo: Atual, 2002.

RAMOS, L. F. *Frações sem Mistérios*. São Paulo: Ática, 1991.

SILVA, C. M. S.; LOURENÇO, S. T. e CÔGO, A. M. *O ensino-aprendizagem da Matemática e a Pedagogia do Texto.* Brasília: Plano, 2004.

SMOOTHEY, M. *Atividades e Jogos com Números*. São Paulo: Scipione, 1997.

TROTTA, F*. Matemática*, I. São Paulo: Scipione, 1985.

MINAS GERAIS, S. de E.E. *Material de referência para o professor: matemática: ciclo básico de alfabetização, E. F., Estatística e probabilidade*. Belo Horizonte, SEE/MG, 1997.

MINISTÉRIO, E. D., S.E.D., *Caderno da TV Escola, Matemática*, Brasília PCN, 1998.

Pró Letramento

Matemática

Resolver Problemas: o Lado Lúdico do Ensino da Matemática

fascículo 7

Anna Regina Lanner de Moura
Fabiana Fiorezi de Marco
Maria do Carmo de Sousa
Rute Cristina Domingos da Palma

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

Sumário

Apresentação do Fascículo 7

Prezado professor:

Este fascículo, intitulado "**RESOLVER PROBLEMAS: O LADO LÚDICO DO ENSINO DA MATEMÁTICA"**, foi planejado tendo você como nosso principal parceiro na luta pela conquista de uma educação matemática de qualidade. Por esta razão, ele faz parte do seu Curso de Formação Continuada, constituído de um conjunto de 41 páginas.

A resolução de problemas como finalidade do ensino de matemática tem sido discutida, tanto no âmbito da pesquisa, eventos e da literatura em Educação Matemática, quanto nas propostas curriculares nacionais como, por exemplo, nos atuais PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (1998). Isto porque esta abordagem reúne as várias perspectivas hoje colocadas para o ensino de matemática: **a psicológica**, que admite ser a resolução de problemas que contribui para o desenvolvimento do pensamento criativo e flexível, isto é, aquele que encontra várias possibilidades de solução, em contraposição a um tipo rígido de pensamento que só consegue solucionar um problema dentro de um esquema aprendido, o que acontece em geral, no ensino de matemática, quando se trabalha os problemas como um exercício das operações; a perspectiva **cultural** que atribui a resolução de problemas à possibilidade de aprender conteúdos significativos para a vida; a **histórica** que considera a resolução de problemas o modo matemático de pensar a realidade.

Este modo matemático de pensar, ao mesmo tempo em que comporta movimentos do pensamento que envolvem hesitações e incertezas (momentos de tensão), comporta também momentos de ludicidade, quando a tensão é superada pela criação individual ou coletiva das estratégias que solucionam o problema. Por sua vez, o jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito que parte em busca de estratégias que o levem a participar dele. Desperta então no sujeito uma atitude de querer jogar, da mesma forma que o resolvedor é envolvido em busca de instrumentos novos de pensamento para solucionar os problemas que lhe são colocados. Assim o jogo pode ser considerado um problema em movimento.

Assumido com esta intenção no ensino de matemática, o jogo pode ser desencadeador da aprendizagem de novos conceitos. Resolução de problemas e jogo, sob esta perspectiva, podem provocar um encontro pedagógico onde professor e aluno interagem de modo a desenvolver **pensamento, linguagem e afetividade**. Aliar resolução de problemas ao jogo, no ensino de matemática, é o objetivo principal desta proposta.

Entretanto, em razão do espaço aqui disponível, estamos centralizando o presente trabalho de formação continuada na Resolução de problemas e apresentando o jogo como leituras e atividades complementares, até mesmo porque ambos se complementam, de fato.

O professor das séries iniciais do Ensino Fundamental poderá encontrar, nesta combinação pedagógica, uma base para orientar o aluno a pensar sobre os conceitos matemáticos, mais do que apenas exercitá-los mecanicamente, quando desenvolve exaustivas listas de problemas.

Nesta proposta, estaremos orientando o professor a vivenciar e a desenvolver atividades que inter-relacionam resolução de problemas e jogo em diversos contextos, em tipos de problemas e aspectos de processos de resolução e de jogos de regras.

Este fascículo é composto por duas partes. A Parte 1, denominada "Pensando o processo de resolução de problemas", abrange três Unidades Didáticas e a Parte 2, "Brincando e aprendendo a resolver problemas por meio de jogos", é apresentada como Leituras e Atividades Complementares."

Os problemas propostos pelas atividades das Unidades Didáticas envolvem conceitos de número, operações e iniciação algébrica. Cada Unidade Didática tem orientações sobre os objetivos das atividades, problematização para o professor, problematização para a criança, discussões das possíveis soluções, orientações didáticas e produção didática do professor.

As autoras

Fascículo 7 - Resolver problemas: o lado lúdico do ensino da Matemática

Roteiro de trabalho para o oitavo encontro

Pensando juntos

Professores, neste primeiro momento de nosso encontro presencial, sugerimos que vocês se organizem em grupos e compartilhem experiências vividas na quinzena anterior, discutindo as questões mais relevantes desse período, em termos das proposições da formação continuada e de sua sala de aula. Entre as questões possíveis, podemos sugerir:

• Dificuldades encontradas na realização das atividades;

• Relação com o cotidiano;

• O seu desenvolvimento profissional;

A aprendizagem dos seus alunos.

Tarefa 1

Tarefa a ser entregue ao tutor: avaliação do trabalho quinzenal.

Após a discussão em grupo, registrem as principais questões discutidas e apresentem as conclusões. Entreguem as tarefas individuais e a avaliação do fascículo anterior ao seu tutor.

Pensando o processo de Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas, ao longo da história, vem contribuindo para o desenvolvimento da Matemática. Cabe ressaltar que resolver problemas não modifica apenas a Matemática, mas também aquele que os resolve, isto é, o próprio homem. É ampliando os conhecimentos e sabendo utilizá-los que se faz possível resolver, a cada dia, problemas mais complexos. Prova disso é a rapidez com que os avanços tecnológicos e científicos estão se processando.

Quando nos reportamos especificamente aos problemas matemáticos escolares, constatamos que existem muitos aspectos referentes aos processos de ensino e à aprendizagem da resolução de problemas que merecem ser discutidos. Assim, algumas temáticas permeiam este fascículo: o que é um problema matemático, quais os tipos de problemas, o processo de resolução de um problema, tipos de registros e avaliação dos processos de ensino e de aprendizagem na Resolução de Problemas.

Podemos encontrar nas salas de aulas duas perspectivas teóricas diferenciadas em relação à resolução de problemas. Uma delas considera os problemas como mero exercício a ser realizado após a explicação dos conteúdos. Nesta perspectiva, a inserção dos alunos no mundo dos problemas matemáticos escolares tem sido determinada pela seqüência de conteúdos apresentados nos livros didáticos, em que a resolução de Problemas aparece com freqüência após o trabalho desenvolvido com as operações aritméticas. Assim, a resolução de problemas assume o papel de exercitar algoritmos e técnicas de solução.

Neste sentido, a situação-problema não apresenta significado para os alunos nem desperta a curiosidade, a vontade e a necessidade para solucioná-la, na medida em que existem mecanismos que levam de modo imediato à sua solução mediante utilização de procedimentos rotineiros, mecanizados e repetitivos.

A outra perspectiva compreende que a resolução de problemas é a “mola propulsora da matemática”, mobiliza conhecimentos, desencadeia a construção de outros e/ou atribui significado às situações matemáticas vivenciadas.

Acreditamos que podemos considerar que um sujeito está diante de um problema quando toma consciência do mesmo e, movido pela necessidade ou desejo, procura solucioná-lo, tendo para isso que dispor de uma atividade mental intensa no processo de planejamento, execução e avaliação de suas ações. O sujeito resolve um problema quando se depara com uma situação nova que o motive, que o envolva em um processo criativo e reflexivo.

Podemos classificar os tipos de problemas em: *problema-processo*, *problema do cotidiano*, *problema de lógica*, *problema recreativo* e *problema-padrão*.

Os *problemas-processo* caracterizam-se por terem como objetivo desencadear a aprendizagem da matemática, privilegiar os processos, a investigação, o raciocínio. Podemos citar como exemplos de *problema-processo*, aqueles provenientes das Histórias Virtuais.

A preocupação em valorizar o processo também é uma característica dos *problemas do cotidiano*. Os problemas que enfatizam o cotidiano são chamados de problemas reais por Varizo (1993), porque surgem do contexto sócio-cultural em que a criança está inserida ou se assemelham às situações vivenciadas por ela. São também denominados de problemas de ação, por estarem diretamente ligados à nossa vida (Gonzáles, 1995). Os problemas que emergem do cotidiano envolvem o aluno desde a própria configuração do problema até a sua resolução. Geralmente a resolução do problema requer investigação e o envolvimento com outras áreas do conhecimento, o que possibilita ao aluno uma visão menos fragmentada da realidade.

Além dos problemas do tipo *processo* e *do cotidiano*, o professor pode propor *problemas de lógica* e *problemas recreativos*. Os problemas de lógica geralmente se apresentam em forma de textos como histórias e diálogos em que os dados e a solução não são numéricos. Eles propiciam que a criança desenvolva estratégias que favoreçam a leitura e compreensão, o levantamento de hipóteses, a análise dos dados e diferentes registros de resolução. Geralmente, neste tipo de problema as crianças se sentem desafiadas a encontrar a resolução da situação apresentada. Já os problemas recreativos são caracterizados como aqueles que envolvem jogos do tipo quebra-cabeças, aspectos históricos curiosos (Varizo, 1993) que interessam, intrigam, envolvem e desafiam os alunos (Dante, 1991). Os problemas recreativos envolvem a criatividade e a possibilidade de encontrar uma ou várias soluções para um único problema, o desenvolvimento de estratégias e diferentes registros.

Os mais comuns e também mais conhecidos e desenvolvidos na escola são os *problemas-padrão*, também denominados problema convencional, problema do livro didático, problema rotineiro ou problema trivial. Estes problemas são propostos com freqüência após a explicação das operações aritméticas, a sua resolução envolve a aplicação direta de técnicas e algoritmos que levem ao resultado imediato. Como o próprio enunciado já apresenta a solução, a criança não sente desejo ou necessidade de resolvê-lo e, além disso, ela não precisa elaborar e desenvolver estratégias e procedimentos de resolução. Este problema é considerado um não-problema, caracteriza-se como um exercício de aplicação ou fixação de técnicas e regras.

A proposição de bons tipos de problemas é fundamental para que a criança possa construir significativamente os conteúdos matemáticos e desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia. No entanto, isoladamente não garantem a qualidade desse processo: a maneira como o problema é proposto, a postura do professor diante dos questionamentos, dos registros, das dificuldades dos alunos e a função da avaliação nesse processo também são aspectos relevantes.

No contexto escolar, a resolução de problemas deve ser concebida como um processo que permita à criança: revelar, criar, discutir problemas, utilizar diferentes estratégias e registros, explicar o processo percorrido e comunicar suas resoluções.

No processo de resolução de problemas, a criança necessita ter liberdade para realizar seus próprios registros. Por meio deles a criança pode expressar e comunicar os processos de resolução. O professor, a partir dessas produções, tem elementos para avaliar como a criança compreendeu o problema, que estratégias utiliza e como expressa a solução encontrada.

O professor, nesta perspectiva, necessita adotar uma postura investigativa, crítica e criativa. Nesse sentido, a avaliação deve oportunizar que o professor investigue como as crianças estão resolvendo os problemas, que conhecimentos estão sendo colocados em ação, que dificuldades revelam. Deve possibilitar também que o professor reflita, construa e re-signifique sua concepção e prática em relação a Resolução de Problemas Matemáticos.

Para tratarmos dessas temáticas organizamos a Modalidade 1 em três temáticas:

• Unidade Didática 1: Problemas ou Exercícios?

• Unidade Didática 2: Processos de Resolução

• Unidade Didática 3: A avaliação da Resolução de Problemas.

Cada temática é composta de atividades para o professor. Estas atividades objetivam desencadear a reflexão sobre o conteúdo e a prática pedagógica, mobilizar os conhecimentos já construídos pelo professor e possibilitar novas aprendizagens.

Unidade Didática 1: Problemas ou Exercícios?

Trabalhando em grupo

Professor, as atividades de 1 a 7 têm por finalidade fazê-lo refletir sobre a concepção de resolução de problemas que permeia as práticas pedagógicas e seu impacto sobre a aprendizagem matemática no contexto escolar. Pretendemos subsidiá-lo para:

• Compreender a diferença entre exercício e problema;

• Analisar situações didáticas que envolvam exercícios e problemas;

• Caracterizar problemas do tipo padrão e problemas do cotidiano;

• Refletir sobre a importância da elaboração de problemas pelos alunos.

Tarefas

Atividade 1: Problemas do tipo padrão

Problematização

É comum encontrarmos em livros didáticos problemas do tipo convencional como este:
João ganhou 20 figurinhas no jogo. Mário ganhou 15 figurinhas. Quantas figurinhas têm os dois juntos?

Como você classifica este problema entre outros tipos? Quando a criança tem dificuldade para resolver este problema qual é a pergunta que costuma fazer? Que características apresentam este tipo de problema?

Conversando sobre a solução

Se você mencionar que este é um problema de adição e que a criança muitas vezes tem dificuldade para atribuir sentido ao que lê, que fica muito preocupada com a "conta" que deve realizar para resolver o problema e insistentemente pergunta: "É de mais ou de menos professora?", discutiu o que geralmente acontece em sala de aula, quando trabalhamos esse tipo de problema.

Os problemas do tipo padrão apresentam características que colaboram para que o aluno assim proceda. Geralmente este tipo de problema:

- É sugerido após o trabalho com as operações aritméticas, tendo por objetivo a aplicação de técnicas anteriormente explicadas;
- O texto nem sempre é significativo para a criança, por não estar relacionado aos seus interesses e ao contexto social e cultural em que está inserida;
- A estrutura frasal, de parágrafos curtos, não se assemelha à linguagem utilizada pelo aluno, o que pode favorecer a incompreensão do texto;
- A forma como os dados são apresentados induz a criança a pensar numa operação aritmética a ser utilizada e envolve, portanto, a aplicação direta de um algoritmo;
- Não exige estratégias por parte das crianças;
- Tem uma única solução numérica.

Como você pode constatar, esse tipo de problema apresenta limitações. Costumamos dizer que problemas como esses são, na realidade, exercícios.

Atividade 2: Problemas do tipo padrão - como utilizá-los?

Problematização

O que é possível fazer para tornar os problemas do tipo padrão mais adequados e interessantes para as crianças? Discuta com seus colegas e escreva as sugestões?

Conversando sobre a solução

Para tornar os problemas do tipo padrão mais adequados o professor pode utilizar algumas estratégias:

Criar um enredo: o professor pode solicitar que a criança crie um enredo para o problema.

Ex.: Todos os sábados a turma lá da rua se reúne para brincar com as figurinhas. O jogo predileto é o jogo de bafo. Neste último sábado, os irmãos João e Mário combinaram de juntar todas as figurinhas que ganhassem. João ganhou 20 figurinhas no jogo e Mário ganhou 15 figurinhas. Quantas figurinhas ganharam os dois juntos?

Fazer questionamentos: o professor pode fazer questionamentos sobre o problema, levantar conjecturas, novos dados. É importante que a criança seja incentivada a participar desse momento, com sugestões e questões. Essa estratégia irá possibilitar às crianças reescreverem o texto.

- E se na brincadeira estivessem outros jogadores?
- É possível mudar o número de jogadas?
- Que perguntas podem ser feitas?

Modificar os dados ou as personagens: ao modificar os dados ou personagens, o aluno tem a oportunidade de participar na elaboração do problema, trazendo elementos que são do seu interesse.

Ex.: Todos os sábados a turma lá da rua se reúne para brincar com as figurinhas. O jogo predileto é o jogo de bafo. Neste último sábado, os irmãos João e Mário, combinaram de juntar todas as figurinhas que ganhassem. Na primeira rodada João ganhou 20 figurinhas, na segunda 05 e na terceira 12 figurinhas no jogo. Mário ganhou 15 na primeira rodada, 21 na segunda e 7 figurinhas na terceira rodada. Quem ganhou mais figurinhas? Quantas figurinhas ganharam os dois juntos?

Atividade 3: O que é um problema do cotidiano?

Problematização

É comum dizermos que há necessidade de propor problemas relacionados ao cotidiano. Vamos analisar a situação que se segue:
A professora Vera trabalha numa região ribeirinha. A comunidade vive praticamente da pesca. Assim, a professora propõe o seguinte problema: Zé Pedro pescou 3 peixes de manhã e 2 peixes no final da tarde. Quantos peixes Zé Pedro pescou?

Considerando o contexto em que os alunos estão inseridos, podemos dizer que a professora elaborou um problema do cotidiano? Procure discutir com seus colegas e escreva a conclusão a que vocês chegaram.

Conversando sobre a solução

Se vocês chegaram à conclusão de que este pode não ser um problema do cotidiano, estão no caminho certo. No problema do Zé Pedro, a professora elaborou um texto do tipo padrão, utilizou apenas palavras que se referem ao contexto, o que não o torna um problema do cotidiano. Um problema do cotidiano emerge do mesmo, é real, e não "fantasioso". Os problemas do cotidiano podem emergir de diversas fontes: pelo interesse de um ou mais alunos, suscitado pelo professor a partir de algum acontecimento, por uma necessidade de colaborar com a comunidade, com situações presentes no cotidiano da própria escola, associado às brincadeiras e jogos. E podem surgir em diferentes "cotidianos", isto é, no cotidiano das brincadeiras de rua, no cotidiano do recreio, no cotidiano das festas, no cotidiano dos jogos... O importante é que as crianças se sintam interessadas, envolvidas com a situação e realmente desejem resolvê-la.

Atividade 4: A "construção" de um problema do cotidiano

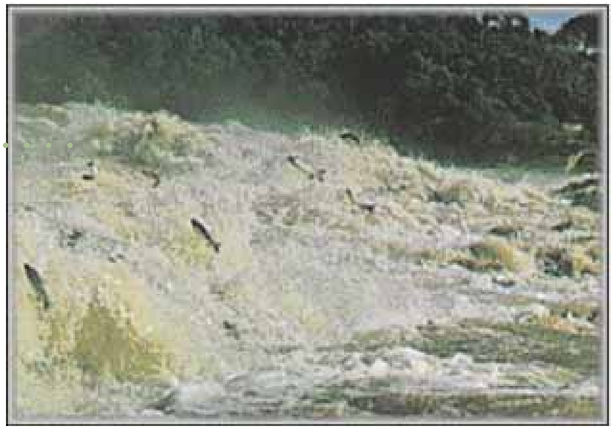
Problematização

Procure discutir com os colegas que situações-problema poderiam surgir no contexto de uma comunidade ribeirinha e socialize as possibilidades encontradas.

Conversando sobre a solução

Como vocês devem ter discutido, as situações problemas que podem surgir deste contexto são variadas. Vejamos o relato de uma professora:

"As crianças andavam inquietas e comentando muito sobre a proximidade da época da piracema; isto os atingia diretamente, a rotina de suas famílias se transformava. Os pais que sustentavam a casa com o resultado da pescaria e não eram profissionais, se viam na condição de procurar outros empregos nesta época. A conversa se expandia, os alunos não entravam num acordo sobre diversos aspectos, quanto tempo levava a piracema, o que era um pescador profissional, a comercialização dos peixes na feira... O interesse das crianças me fez questioná-las sobre o que gostariam de saber e não sabiam, para quais perguntas não tinham respostas. E assim fizemos, começamos a levantar todos os questionamentos no quadro"



A partir do levantamento com o grupo de crianças a professora conseguiu organizar os interesses que elas revelaram em três aspectos:

Em relação aos pescadores:

• Qual era a porcentagem de pais na escola que eram pescadores?

• Há quanto tempo utilizavam a pesca como profissão?

• Desses pais pescadores, quantos eram profissionais, isto é, tinham a carteira de pescadores?

• Os pescadores profissionais têm que direitos e deveres?

Em relação à pesca:

• Que peixes são pescados na região?

• Qual é o melhor horário para pescá-los?

• Quantos quilos de peixe, em média, um pescador pesca por mês?

• Por quanto vende o quilo de peixe. Qual é o lucro que o pescador tem?

• Por quanto o peixe é vendido na feira?

• O que é a piracema e quando ela acontece?

• Qual é o órgão que fiscaliza a pesca?

Em relação aos peixes:

• Que características têm os peixes da região: tamanho, formato, peso, hábitos alimentares...?

• Que produtos podem ser desenvolvidos a partir do peixe?

A partir daí, alunos e professora começaram a planejar por onde iriam iniciar a investigação, o que os instigava mais, como podiam melhorar a redação das problemáticas que levantaram, como iriam se organizar enquanto grupo, onde e com quem coletariam as informações, como coletariam os dados, como iriam organizá-los, como poderiam socializar o que aprenderam.

Desse episódio foi possível perceber:

• O entusiasmo dos alunos, que realmente tinham problemas para resolver;

• Conhecimentos em movimento;

• A possibilidade de novas aprendizagens.

Essas condições são imprescindíveis para que a criança construa conhecimentos matemáticos a partir da resolução de problemas.

Atividade 5: Exercício ou problema?

Problematização

Em que os problemas “das figurinhas” (atividade 1), da “pescaria de Zé Pedro” (atividade 3) e do diálogo dos alunos sobre a piracema (atividade 4)

se diferenciam? Qual deles requer do aluno a busca de estratégias e solicita do aluno o interesse sobre o meio cultural? Qual deles insere o aluno num movimento de problematizar a situação? Em qual se daria a solução rapidamente com uma resposta? Qual possibilita a interdisciplinariedade? Qual situação pode ser caracterizada como um problema?

Conversando sobre a solução

A situação que consideramos como um problema é a da piracema (atividade 4) porque apresenta as seguintes condições:

• As crianças construíram/elaboraram o problema a partir de seus próprios interesses;

• Elas não têm a resposta imediata,

• A solução do problema não está no enunciado;

• As crianças estão mobilizadas/empenhadas (sob os pontos de vista afetivo, cognitivo, psicofísico) para resolvê-lo;

• Para resolver o problema será necessária uma série de investigações, o que significa planejar, conjecturar, elaborar estratégias, organizar dados...

Os problemas das figurinhas e da pescaria de Zé Pedro, por outro lado, apresentam uma estrutura que os caracteriza como exercícios. (Ver consultando a resolução da atividade 1)

É importante ressaltar a necessidade de o aluno vivenciar problemas que realmente o coloquem no movimento da aprendizagem, como foi possível verificar com os problemas desencadeados a partir do cotidiano.

É possível verificar que no problema da Piracema (atividade 4) muitos foram os interesses levantados e alguns não envolvem conhecimentos matemáticos. É importante perceber que a matemática não é uma parte da realidade, ela está inserida na realidade. Resolver problemas desta natureza ajuda a criança a construir conhecimentos, a utilizá-los num contexto significativo e a compreender a realidade em que vive.

É fundamental que o professor seja sensível aos questionamentos e interesses dos alunos, a notícias da região, a brincadeiras do momento, e possa criar um ambiente agradável em sala para que os interesses possam ser explicitados e explorados.

Atividade 6: É importante as crianças elaborarem problemas?

Problematização

Que importância, você, professor, atribui à elaboração de problemas? Com que finalidade devemos propor problemas aos alunos?

Conversando sobre a solução

A elaboração de um problema permite:

• Que os alunos criem problemas utilizando a sua própria linguagem a partir das experiências, interesses, do seu contexto social e cultural;

• A compreensão dos conceitos matemáticos ao proporcionar uma revisão, quer do processo para resolver o problema, quer dos conteúdos;

• Que percebam o que é importante conter num problema: o contexto, os dados, a pergunta.

Atividade 7: Dificuldades que as crianças apresentam ao elaborar problemas

Problematização

Ao elaborar problemas alguns alunos produzem textos assim:
Maria tem 23 anos e Carla tem 35.
Minha mãe e eu fomos à feira na quinta-feira. Ela comprou 2 k de batatas, 3 k de tomates, 2 dúzias de bananas, 1 dúzia de ovos. Quanto minha mãe gastou?

Os problemas apresentam os dados necessários? O que está faltando? Que intervenções o professor pode fazer para que o aluno melhore o seu texto?

Conversando sobre a solução

Professor, para que os alunos melhorem na produção de seus problemas é importante:

• Criar situações em que o contexto seja significativo, como nas Histórias Virtuais, nos jogos, em situações do cotidiano;

• Oportunizar que os alunos vivenciem problemas interessantes e significativos;

• Propor elaborações coletivas;

• Propor que os alunos leiam e exponham os seus problemas, para que verifiquem semelhanças e diferenças;

• Criar um espaço para que os alunos possam refletir sobre a sua produção e a de seus colegas.

A proposta de formulação de problemas não deve se constituir em mais uma tarefa escolar a ser cumprida. Os problemas formulados pela criança devem primeiramente ser significativos para elas. Assim, podem surgir a partir de uma situação de jogo, de um passeio, de uma atividade de campo, de uma situação em sala aula.

Outro aspecto importante a ressaltar é que a produção de um texto só se justifica pela sua finalidade. Neste sentido, é importante planejar o que fazer com os problemas produzidos pelos alunos. O professor pode sugerir, por exemplo, que os alunos troquem entre si os problemas para resolvê-los.

Unidade Didática 2: Processos de Resolução

As atividades de 8 a 10 têm por objetivo, a partir de um problema de lógica e de um problema recreativo, discutir aspectos referentes ao processo de resolução de um problema como: estratégias de leitura, compreensão, planejamento e avaliação da resolução de problema. Objetiva também discutir a necessidade de valorizar os registros como um recurso que possibilita ao aluno comunicar e expressar as estratégias de resolução e os resultados obtidos nos problemas. Pretendemos possibilitar o professor a:

- Compreender a natureza de um problema de lógica e de problemas recreativos;
- Compreender as ações presentes no processo de resolução de problemas;
- Refletir sobre a importância da valorização das estratégias individuais;
- Analisar diferentes tipos de registros.

Tarefas

Atividade 8: Passos para a resolução de problemas

Problematização

Como você professor, orientaria a resolução deste problema? Discuta com os colegas e depois socialize com o grupo:

Zôo lógica

Na época em que os bichos falavam, numa floresta viviam Dona Onça e Dona Hiena, comadres inseparáveis, com características peculiares. Dona Hiena mente às segundas, terças e quartas-feiras. Dona Onça mente às quintas, sextas e sábados. Nos dias em que não mentem, dizem a verdade. Certa vez, num encontro, Dona Hiena e dona Onça conversaram:
Olá, Dona Onça! Ontem eu menti – disse a Dona Hiena.
Olá, Dona Hiena! Eu também menti ontem – retrucou Dona Onça.
Em que dia aconteceu este encontro?

Conversando sobre a solução

É interessante que as orientações iniciais sejam coletivas. Nesse momento é importante avaliar se os alunos entenderam o que leram. A melhor forma de averiguar isto é incentivando-os a explicitarem o que entenderam do problema. Se os alunos não entenderam é melhor retomar a leitura do texto e formular algumas questões que ajudem a compreensão:

• Quem são as personagens e o que fazem?

• Em que dias a Dona Onça mente?

• Em que dias a Dona Hiena mente?

• O que é que se quer saber?

Pode-se pedir também que os alunos grifem a parte do texto que não entenderam e colocá-las para a discussão coletiva. Este processo ajuda aos alunos perceberem o que é importante considerar em um problema para que seja compreendido.

Depois de compreender o problema, passa-se à etapa da busca de soluções. Alguns procedimentos podem ajudar a criança como: reler o problema, sublinhando a pergunta, verificar se o problema tem informações suficientes para ser resolvido e se tem informação desnecessária, listar as informações importantes, fazer uma figura, um esquema ou uma representação.

Atividade 9: Análise das estratégias de resolução de problemas

Problematização

Resolva o problema da Zôo lógica, faça o registro da forma que quiser. Explique para os colegas como você o resolveu.

Conversando sobre a solução

Um grupo de alunos resolveu organizar os dados numa tabela para resolver o problema:

2ª-feira	3ª-feira	4ª-feira	5ª-feira	6ª-feira	Sábado
Hiena mente	Hiena mente	Hiena mente	Onça mente	Onça mente	Onça mente
Onça diz a verdade	Onça diz a verdade	Onça diz a verdade	Hiena diz a verdade	Hiena diz a verdade	Hiena diz a verdade

Analisaram os dados da seguinte forma:

Encontro na 2ª, 3ª e 4ª-feira: é o dia da onça dizer a verdade, então ela não poderia ter mentido, e na 2ª, 3ª e 4ª é o dia da Dona Hiena mentir, então ela não está mentindo.

Encontro na 5ª-feira: A onça mente que mentiu na 4ª-feira; e a hiena diz a verdade porque ela mentiu na 4ª-feira.

Encontro na 6ª e sábado: a onça mente: ao dizer que ontem mentiu está dizendo a verdade e a hiena diz a verdade, então ela não mentiu.

Sendo assim, o dia do encontro foi quinta-feira: a Hiena diz a verdade, pois mentiu na 4ª; a Onça "mente que mentiu", pois se é 5ª-feira, é dia dela mentir: a onça não mentiu na 4ª feira.

O problema acima também poderia ter sido resolvido mediante a utilização de outras estratégias como: a partir da elaboração de um diagrama, pela representação do problema, por tentativa e erro. É importante que o professor não só permita essas estratégias, como crie condições para que os alunos possam apresentá-las e discuti-las. Este momento possibilita a troca de experiência entre as crianças, a aprendizagem de novas estratégias, dentre outros aspectos. O professor, a partir da análise dessas produções, pode melhor intervir no processo de aprendizagem das crianças.

O professor deve ainda orientar o aluno para retomar a pergunta e verificar se a resposta obtida está de acordo com o que é pedido no problema.

Atividade 10: Possibilidades de registro

Problematização

Professor, resolva o problema e faça o registro da forma que desejar:

As Caixas

Há 3 caixas separadas, de igual tamanho, e dentro de cada caixa, 2 caixas separadas pequenas, e dentro de cada uma das caixas pequenas há 4 caixas também menores. Quantas caixas há ao todo?

Apresente o seu registro e explique-o. Depois discuta com os colegas o que vocês perceberam em relação aos registros apresentados.

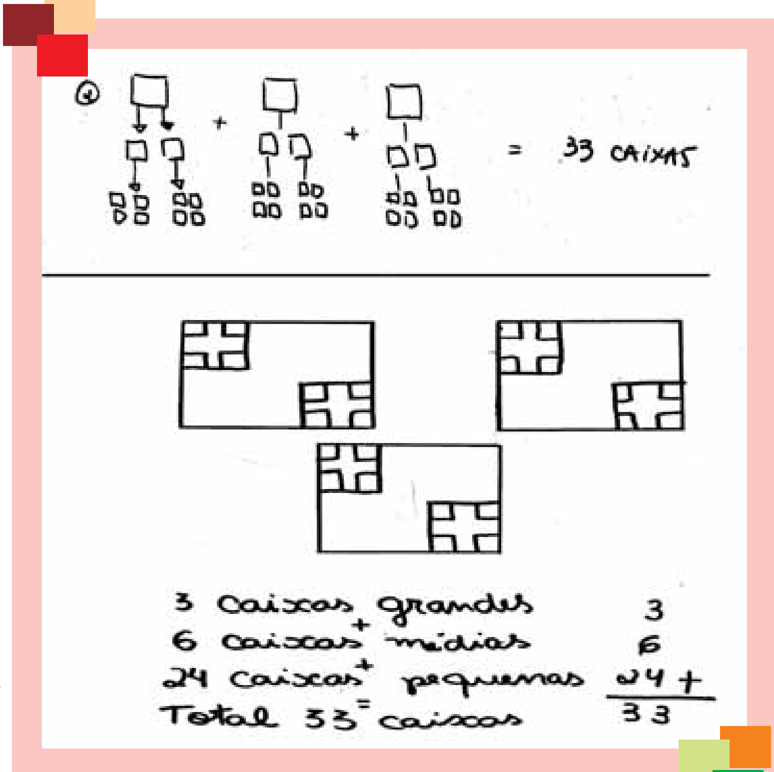
Conversando sobre a solução

Um grupo de professoras ao resolver este mesmo problema apresentou os seguintes registros:

Oralidade/Escrevendo a resposta

Há três caixas, dentro delas 2 menores, então tem 6 caixas menores e dentro dessas seis caixas menores outras quatro, então tem 24. Então há três, mais seis, mais vinte e quatro, num total de 33 caixas.

Diagramas/Desenhos



3 x 2 = 6

4 x 6 = 24 +

30

3 +

33

3 + (3.2) + 3. (2.4) =

3 + 6 + 3.8

9 + 24 = 33

Estes registros são apenas uma amostra dos diferentes tipos de registros produzidos por alunos de uma mesma sala de aula. Acreditamos que, no contexto escolar, a resolução de problemas deveria ser um processo criativo, em que o aluno tenha a oportunidade de inventar, de explorar diferentes caminhos que levam à resolução. Assim, a ênfase deveria ser a valorização das estratégias individuais apresentadas pelas crianças, que possibilitam ao professor perceber como ela compreendeu o problema, que tipo de recursos utilizou para resolvê-lo e que aspectos merecem ser destacados em suas ações. As estratégias empregadas e os encaminhamentos apresentados seriam o ponto de partida para que o professor pudesse potencializar as estratégias das crianças, ampliando os recursos utilizados por elas para resolver os problemas.

É interessante que cada criança ou dupla possa apresentar e discutir as estratégias utilizadas. Isto auxilia o aluno a argumentar, expressar-se claramente, ouvir o outro, entender o ponto de vista de outras pessoas.

Unidade Didática 3: Avaliação da Resolução de Problemas

Professor, as atividades 11 e 12 têm por objetivo fazê-lo refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem da Resolução de Problemas Matemáticos no contexto escolar. Pretende possibilitar aos professores:

• Refletir sobre os procedimentos adotados na escola quanto à avaliação (correção) dos problemas propostos;

• Compreender a avaliação da resolução de Problemas como um procedimento que possibilita analisar o "processo" da resolução por parte do aluno, e não somente o resultado apresentado

• Conceber a avaliação do processo de ensino da Resolução de Problemas como um procedimento imprescindível para melhoria da prática pedagógica do professor.

Tarefas

Atividade 11: O que avaliar na resolução de problemas

Em relação à resolução de problemas o que é importante avaliar? Em

que momento? Como proceder? Discuta com os colegas e registre as conclusões.

Conversando sobre a solução

Se o professor destacou que é importante avaliar o processo de resolução como um todo e que este processo engloba as ações do professor e do aluno, abordou os dois elementos principais a serem discutidos neste item.

É importante que o professor tenha registros sobre a sua aula com resolução de problemas. Não é possível se deter em todos os aspectos numa única aula, por isso o professor deve planejar também este momento. Alguns questionamentos podem nortear a análise do professor.

Em relação ao ensino

• O problema proposto estava além ou aquém das possibilidades dos alunos?

• O problema proposto foi significativo para os alunos? Eles se mostraram motivados?

• A proposição dos problemas aos alunos foi adequada?

• O professor acompanhou os alunos no momento da resolução?

• As intervenções foram adequadas, possibilitando que o aluno desenvolvesse a criatividade e autonomia?

• O professor se envolveu no processo, acompanhando a produção dos alunos?

Em relação à aprendizagem:

• Que reações tiveram os alunos ao resolver os problemas?

• Que situações eles levantaram ou abordaram que merecem ser registradas?

• Apresentaram dificuldades? Quais?

• Que estratégias utilizaram para resolver os problemas?

• Que tipos de registros realizaram?

• Conseguiram explicar oralmente os procedimentos realizados para a resolução de problemas?

• Resolveram os problemas de maneira cooperativa, respeitando as idéias e argumentos dos colegas?

Discuta com os colegas se estes aspectos ajudam a avaliar o trabalho com resolução de problemas e acrescente outros aspectos que considerem importantes.

Atividade 12: Correção coletiva - análise de uma situação didática

Problematização

Sala da professora Ana, aula de matemática.

Prof.: - Joãozinho venha ao quadro escrever a resposta do seu problema

(Joãozinho é um dos melhores alunos da classe, sempre termina rápido suas atividades).
Muitos alunos se entreolham, olham para o seu caderno e constatam mais uma vez que ainda não terminaram de resolver o problema. De súbito param, seguram o lápis e esperam que o colega termine o registro no quadro.
Os poucos que terminaram aguardam ansiosos para verificar se fizeram igual ao do colega. Aguardam a tão esperada frase:

Prof. - Está certo Joãozinho, pode sentar.

Não demora, vê-se as borrachas nas mãos num movimento frenético nos cadernos. É, nem tudo estava igual.

Como podemos analisar esta situação. O que avalia o professor? Como o professor pode conduzir o processo de "correção" das produções das crianças de modo a tornar este momento significativo?

Conversando sobre a solução

A correção coletiva costuma ser uma prática freqüente quando se trata da resolução de problemas. Quando conduzida com procedimentos como o da professora Ana, a correção coletiva:

• Pode desestimular as crianças a resolverem problemas, já que apenas uma solução é considerada;

• Não oportuniza a socialização das estratégias produzidas pelos alunos;

• Não desenvolve a autonomia das crianças, muito pelo contrário, elas acabam por registrar o "pensamento do outro";

• Enfatizam o produto, já que o importante é a verificação do resultado.

Para não perpetuarmos esta prática devemos conceber a avaliação e socialização das produções como mais um momento de aprendizagem. Assim, é importante:

• Que as crianças possam apresentar as suas produções. O professor pode solicitar que as crianças reproduzam no quadro a sua resolução (seja um desenho, um algoritmo, um diagrama...), que passem num papel maior para que todos possam acompanhar, ou simplesmente as exponham.

• Que as crianças sejam incentivadas a falar sobre como resolveram o problema; nesse momento cabe ao professor criar um clima de cooperação, de respeito entre as crianças.

O professor pode aproveitar o momento das socializações para ressaltar orientações dadas anteriormente, destacar estratégias ou procedimentos etc.

Nossas conclusões

Para preparar o relatório coletivo da atividade de grupo do dia de trabalho, não deixem de discutir:

- O que é um problema matemático;
- Os tipos de problemas;
- O processo de resolução de problemas;
- As estratégias e os registros na resolução de problemas;
- A avaliação da resolução de problemas;
- Uma avaliação do trabalho realizado.

Tarefa a ser entregue ao tutor

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entreguem este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.
Após a discussão em grupo, registrem as principais questões discutidas, apresentem as conclusões e entreguem o relatório ao seu tutor.

Fascículo 7 - Resolver problemas: o lado lúdico do ensino da Matemática

Roteiro de trabalho individual

TI 1

TI 1: O Problema em ação

Pense sobre o que foi discutido a respeito de: exercício, problema, tipos de problemas e elaboração de problemas. Planeje e desenvolva uma situação problema com os seus alunos. Faça as anotações do que você observou e no próximo encontro apresente para seus colegas.

TI 2

TI 2: Análise do registro dos alunos

Professor: proponha um problema para seus alunos, considerando os aspectos que foram abordados na unidade Processo de Resolução. Solicite que os alunos registrem as estratégias e a solução encontrada. Analise estas produções e no próximo encontro discuta com os colegas.

TI 3

TI 3: Re-significando o processo de avaliação

Professor: no próximo trabalho com resolução de problemas com os alunos, reflita sobre a avaliação, faça anotações sobre seu procedimento de ensino, sobre a aprendizagem das crianças e depois socialize com os seus colegas.

TI 4

TI 4: Descobrindo os segredos dos jogos (Leituras e atividades complementares)

Após você ter jogado e termos discutido as potencialidades dos jogos:
1. Converse com seus colegas e elabore situações-problema para que seus

alunos possam resolver. Não se esqueça de levar em consideração as questões discutidas no módulo sobre resolução de problemas.
2. Aplique pelo menos um dos jogos em sua sala de aula. Lembre-se de estar atento às jogadas de seus alunos e fazer as intervenções necessárias.
3. Leve as situações-problema criadas por você para a sala de aula e peça aos alunos para as resolverem.

Aluno como criador de problema

Professor: solicite aos alunos que criem novas situações-problema, tendo como referência as regras do jogo.

Após essas discussões, deixe que as crianças joguem novamente, pois elas deverão apresentar, em novas jogadas, outros tipos de reflexões. Servirá também para que não se perca a ludicidade do jogar.

Orientações Didáticas

Como podemos perceber, o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação dos processos de ensino e aprendizagem de resolução de problemas matemáticos envolvem muitos aspectos.

Eis alguns que precisam ser lembrados:

• Deixar que os alunos pensem por si mesmos, desenvolvendo a sua autonomia e criatividade.

• Não propor problemas que estejam muito além ou aquém da possibilidade dos alunos. Isto poderia gerar medo, ansiedade e pouco envolvimento com a situação.

• O professor deve orientar e evitar dar "dicas" como "- Que conta nós vamos ter que fazer para resolver o problema? – O problema é de mais ou é de menos?".

• Priorizar a qualidade, ao invés da quantidade de situações-problema; assim há possibilidade de maior envolvimento e participação dos alunos.

• Possibilitar a resolução de problemas individualmente e em pequenos grupos.

• Valorizar as estratégias individuais dos alunos e seus registros.

• Fazer anotações sobre o que ocorre nas aulas com resolução de problemas.

• Propor situações (Histórias Virtuais, Jogos, Problematizações do cotidiano...) que possam colocar o aluno em situação de resolução de problemas.

• Organizar o material que envolve resolução de problemas, de modo a facilitar a consulta e a elaboração dos planejamentos.

• Valorizar o processo da resolução de problemas como um todo, em vez de apenas a resposta correta.

• Envolver as situações-problema, quando possível, no contexto de outras áreas do conhecimento.

• Propor problemas orais, que possibilitem ao aluno desenvolver estratégias de resolução, cálculo mental e comunicação oral da solução de problemas.

• Incentivar os alunos a descreverem os procedimentos, a pensarem em outras formas de resolver o mesmo problema, ou resolverem, com a mesma estratégia, outros problemas.

Jogos: leituras e atividades complementares

Atualmente um dos principais objetivos da educação é procurar personalizar o ensino respeitando as diferenças de ritmos de aprendizagem de cada aluno, seguindo as mudanças sociais, culturais e tecnológicas e tornando o ensino de Matemática mais divertido, motivador e desafiador, necessariamente aliado à construção e formalização dos conceitos relacionados à disciplina em questão. O jogo é um dos recursos metodológicos que apresenta esse caráter lúdico e desafiador.

Ao jogar, a criança representa elementos da literatura infantil, como príncipe, papai, cavaleiro, bruxo, médico... Esta representação lúdica é vivida intensamente e lhe dá prazer ou desprazer. Apesar do intenso envolvimento, a criança não perde a noção da realidade em que vive. Neste processo, a imaginação se faz presente.

No ensino de Matemática, um trabalho com jogos representa uma atividade lúdica que quando intencionalmente utilizado pelo professor, além de propiciar o *"aprender brincando"*, como dizia Platão, deve ter o objetivo de desenvolver linguagem matemática, trabalhar estratégias de resolução de problemas e também desenvolver raciocínio lógico.

Pela resolução de problemas, a criança pode vivenciar a alegria e o prazer de vencer obstáculos por meio de investigações, ou seja, por meio do "fazer matemática". E uma possibilidade para este "fazer matemática" é a exploração de jogos com a intervenção adequada do professor, que deve desafiar o aluno a elaborar estratégias, testá-las e confirmá-las ou reformulá-las, percorrendo o caminho da problematização, visando vencer o jogo, isto é, resolvendo o problema.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN´s, 1998), do Ministério de Educação e Cultura (MEC), em relação à inserção de jogos no ensino de Matemática, pontuam que estes:

> *constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações (p. 46).*

Apesar de os PCN´s orientarem para a utilização de jogos no ensino de Matemática, não orientam em relação a como deve ser encaminhado o trabalho pedagógico após "o jogo pelo jogo". Fica a sensação de que o jogo por si mesmo estará trabalhando análises, desencadeamentos ou formalizações de conceitos matemáticos.

Os jogos têm suas vantagens no ensino da Matemática, desde que o professor tenha claros os objetivos que pretende atingir com a atividade proposta. Não concordamos com o fato de que o jogo, propiciando simulação de problemas, exija soluções imediatas, como defendem os PCN´s. Entendemos que as situações vivenciadas durante a partida levam o jogador a planejar as próximas jogadas para que tenha um melhor aproveitamento. Gostaríamos de lembrar que isso só ocorrerá se houver intervenções pedagógicas por parte do professor.

Esta parte II contém duas leituras complementares: “Criando estratégias para jogar” e “Utilizando dados para calcular”. Cada uma delas vem acompanhada por atividades que envolvem problematizações que convidam os professores a experimentá-las e também a desenvolverem-nas em sala de aula. Essas leituras e atividades têm como objetivo comum proporcionar aos professores o repensar sobre o papel dos jogos no ensino de Matemática. A primeira leitura complementar tem por objetivo levar o professor a refletir sobre o desencadeamento do trabalho com os conteúdos de conservação de quantidades, correspondência biunívoca (conceito explicitado na unidade didática 1 da parte 1), adição e subtração de pequenas quantidades. A segunda tem como objetivo propiciar ao professor um recurso para verificar a utilização das quatro operações e também da habilidade do cálculo mental.

Criando estratégias para jogar

Professor, esta seção “leitura e atividades complementares” é composta por três atividades de ensino e tem por objetivo refletir sobre o desencadeamento dos conceitos de correspondência biunívoca, adição e subtração de quantidades pequenas por meio da utilização do jogo Kalah. Pretendemos subsidiá-lo para:

• Repensar sobre o papel dos jogos no ensino de Matemática;

• Refletir sobre habilidades matemáticas como raciocínio lógico, construção de estratégias de jogo e de resolução de problemas, antecipação de jogadas e análise de possibilidades;

• Desenvolver com as crianças atividades de ensino que envolvam a utilização do pensamento de resolução de problemas por meio de jogos;

• Compreender a necessidade do desenvolvimento de uma linguagem própria na resolução de problemas matemáticos.

Jogo Kalah

A História

Este jogo faz parte de uma família de cerca de 200 jogos denominados Mancala que, na sua variedade, ficou conhecida como o “jogo nacional da África”. A palavra Mancala origina-se do árabe *naqaala* que significa mover.
Sua origem mais provável é o Egito. A partir do vale do Rio Nilo aqueles jogos foram se expandindo para o restante do continente africano e Oriente. Existem estudiosos que supõem que os Mancalas possuem cerca de 7000 anos, o que levaria a acreditar serem estes os jogos mais antigos do mundo.
Acredita-se que os Mancalas teriam sido trazidos para as Américas pelos escravos africanos, o que seria mais uma contribuição cultural dos negros ao novo continente.
Os tabuleiros destes jogos podem ser feitos de diferentes materiais: madeira esculpida, sulcos cavados no solo, ou mesmo confeccionados em papel.
Os jogos Mancala admitem várias versões. Aqui trataremos do jogo Kalah que era utilizado na Argélia, onde as pessoas faziam sulcos cavados no solo e jogavam, originalmente, com sementes.
O Kalah (figura 1) é um jogo de *estratégia*[1] pouco conhecido no ocidente e bastante difundido no continente africano e parte do asiático.

---

[1] Processo de organização do pensamento que envolve a análise de situações encontradas em um problema ou jogo, o estabelecimento de relações entre elas para a realização de uma jogada.

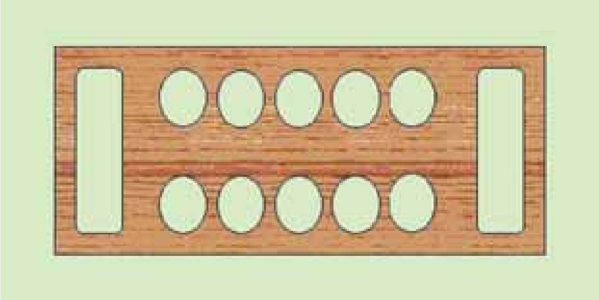


Figura 1
Tabuleiro do jogo Kalah

Material necessário para a confecção do jogo

O jogo Kalah é composto por um tabuleiro retangular com doze casas distribuídas nas laterais do retângulo: duas (chamadas kalah) situadas no centro das laterais e um grupo de cinco casas, localizado no sentido do comprimento das laterais maiores (figura 2). Joga-se com trinta e duas sementes iguais.

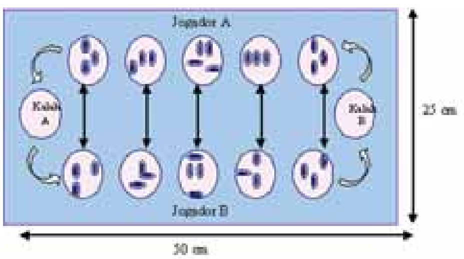


Figura 2
Tabuleiro do jogo Kalah e disposição inicial das sementes

Objetivo do jogo

Para ganhar, o jogador tem como objetivo arrecadar o maior número de sementes ao final da partida em seu kalah. Caso os dois kalahs tiverem, ao final da partida, o mesmo número de sementes, um empate deverá ser declarado.

As regras do jogo

1. Para iniciar o jogo, distribui-se 3 sementes em cada espaço, com exceção dos centrais que deverão conter 4 sementes. Os kalahs, situados nas laterais, devem ficar vazios (figura 2).

2. Os jogadores fazem suas jogadas alternadamente, procurando sempre acumular sementes em seu kalah.

3. Cada jogador, na sua vez, escolhe uma casa do seu lado do tabuleiro, pega todas as sementes dessa casa e as distribui uma a uma em cada casa localizada à sua direita, sem pular nenhuma casa e nem colocar mais de uma semente em cada casa.

4. Cada vez que passar pelo seu kalah, o jogador deve deixar uma semente, continuando a distribuição no lado do adversário e não colocando sementes no kalah do outro jogador (pula este kalah).

5. O jogo termina se um dos jogadores, na sua vez, não tiver mais sementes para movimentar. Os jogadores comparam seus kalahs para determinarem quem tem mais sementes sendo, conseqüentemente, o vencedor.

Quando as primeiras regras já assimiladas possibilitarem o desenvolvimento do jogo sem muitas dúvidas, deverá ser introduzida, uma de cada vez, duas novas regras que exigem antecipação e planejamento das jogadas. São elas:

6. Sempre que a última semente colocada cair no kalah do próprio jogador, este tem o direito a jogar novamente. Ou seja, deverá escolher uma nova casa, pegar as sementes nela existentes e distribuí-las uma a uma nas casas seguintes. Essa regra pode se repetir várias vezes numa mesma jogada, basta que a última semente colocada caia no kalah várias vezes seguidas.

7. Se a última semente colocada pelo jogador cair numa casa vazia, do seu lado do tabuleiro, o jogador “captura” todas as sementes do adversário que estiverem na casa diretamente à frente desta e coloca-as no seu próprio kalah. Neste caso o jogador não ganhará outra jogada.

Figura 3
Crianças jogando o Mancala
Observe que neste jogo há 6 casas para cada jogador e não 5, como no jogo Kalah

Trabalhando em grupo

Tarefas

Atividade 1: Jogando com os colegas

Jogue com seus colegas e anote tudo que você perceber de importante durante suas jogadas.

Atividade 2: Problematização

Algumas questões surgidas no momento das jogadas podem ser as que sugerimos a seguir:
a. Quais problemas em movimento você percebeu que ocorreram nesse jogo?
b. Qual estratégia poderia ser feita para ganhar o jogo? (Tente descobrir com seu parceiro).
c. Quais jogadas você não faria mais?
d. Qual a pior casa a ser escolhida para iniciar a distribuição das sementes?

Conversando sobre as possíveis soluções

De posse de suas anotações, acompanhe nossa discussão sobre as questões sugeridas e que são freqüentes nas jogadas das crianças. Se não as percebeu, jogue novamente e procure estar atento às situações

Algumas regras não são compreendidas facilmente pelas crianças e vários procedimentos demoram a se tornar habituais. É o caso da distribuição das sementes nas casas do adversário, pois é comum a criança suspender a semeadura logo depois de colocar as sementes no próprio kalah, não sabendo o que fazer com as sementes que sobraram em sua mão. Neste momento, é importante que o professor esteja atento para orientar a criança a continuar distribuindo as sementes pelas casas do adversário.

Também é comum, no início, o jogador evitar escolher as casas com muitas sementes para distribuir, pois a sua escolha provocaria a distribuição para o outro lado do tabuleiro, o do adversário. Não percebem que, assim, deixam de colocar sementes em seu próprio kalah, o que pode levar à perda do jogo por colocarem menos sementes no seu kalah.

A distribuição das sementes, já indica um forte apelo à cooperação entre as crianças, pois, se estas não semearem nas covas do adversário, este não terá sementes e o jogo terminará. É necessário que o professor intervenha muitas vezes para modificar um pouco essa atitude da criança. Essa intervenção pode ser feita a partir de questionamentos à criança sobre seus procedimentos e os resultados obtidos, propondo comparações, reflexões e conclusões sobre as situações em que semearam nas casas do adversário e as que evitaram, perguntando o que poderiam fazer para colocar mais sementes em seu próprio kalah.

Outra dificuldade encontrada pelas crianças neste jogo se relaciona ao fato de que as sementes colocadas por elas no campo do adversário passam a ser movimentadas por este, contrariando as expectativas desenvolvidas pelas dinâmicas de outros jogos conhecidos. Compreender que as sementes colocadas no outro lado do tabuleiro devem ser movimentadas pelo adversário implica a superação da idéia de posse. As sementes deixam, na verdade, de pertencer a este ou aquele jogador, uma vez que sua localização indica apenas quem pode manipulá-las em determinado momento, situação que pode ser invertida no momento seguinte.

Em relação à questão "Qual a pior casa a ser escolhida para iniciar a distribuição das sementes?", o professor deve criar situações que levem a criança perceber que a casa ao lado do seu kalah é a pior, pois iniciando por ela, o jogador oferece uma jogada dupla para seu adversário. Vejo no desenho abaixo (figura 4).

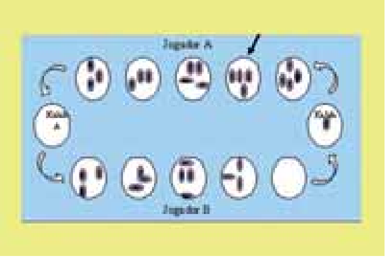


Figura 4 - Iniciando a partida

Se você prestar atenção, perceberá que a casa indicada pela seta (figura 4) possui, agora, quatro sementes. Isso possibilita ao Jogador A iniciar por ela e na distribuição das sementes, parar no seu kalah (figura 5), tendo direito a uma nova jogada.

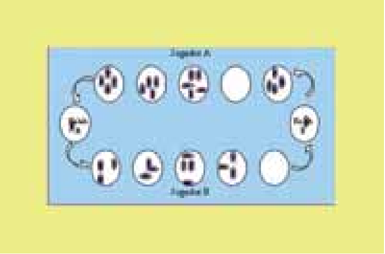


Figura 5 - Ganhando nova jogada

Ganhando uma nova jogada

A regra que dá o direito a jogar novamente quando a última semente cai no próprio kalah, quando é fornecida à criança, faz com que esta se restrinja a tirar proveito desta regra das condições ocorridas ao acaso, nem sempre tomando consciência desta possibilidade por meio de antecipações de jogadas. Após algumas jogadas e a intervenção do professor as crianças vão ficando mais atentas, aproveitando melhor essa regra, procurando estabelecer uma ordem de escolhas, de forma a repetir a jogada o maior número de vezes. Assim, ampliam as possibilidades de antecipação e planejamento, construindo estratégias que envolvem um número crescente de jogadas.

Analisando jogadas

Outras vezes, quando mais de uma casa tem o número suficiente de sementes para a última atingir o kalah, não sabem escolher por onde começar. Assim, por exemplo, se a última casa antes do kalah possui uma semente e a penúltima, duas (figura 6), pode ocorrer de iniciarem por esta e, depois de garantir mais uma jogada, surpreender-se com as duas sementes existentes na última casa, impedindo que a semeadura termine no próprio kalah.

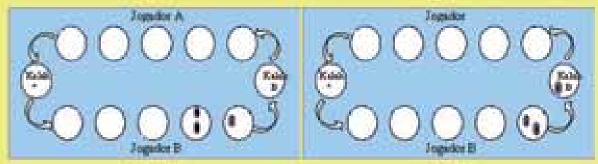


Figura 6 - Exemplo de jogada errada

A intervenção....

Neste caso, o professor deverá intervir, questionando o jogador B sobre qual seria a melhor casa a ser escolhida. O jogador deverá perceber que deveria ter iniciado pela casa que possuía uma única semente, o que lhe daria uma nova jogada. Aí sim deveria escolher a casa que possuía duas sementes, para novamente ganhar outra jogada.

A regra relacionada à captura das sementes do adversário, para ser aproveitada, exige antecipação de situações e planejamento, pois quando a última semente cai em uma casa vazia, do lado do próprio jogador, este pode capturar todas as sementes do outro participante, no espaço diretamente oposto ao seu, colocando-as no seu kalah. Acompanhe nas figuras abaixo (figuras 7a, 7b, 7c).

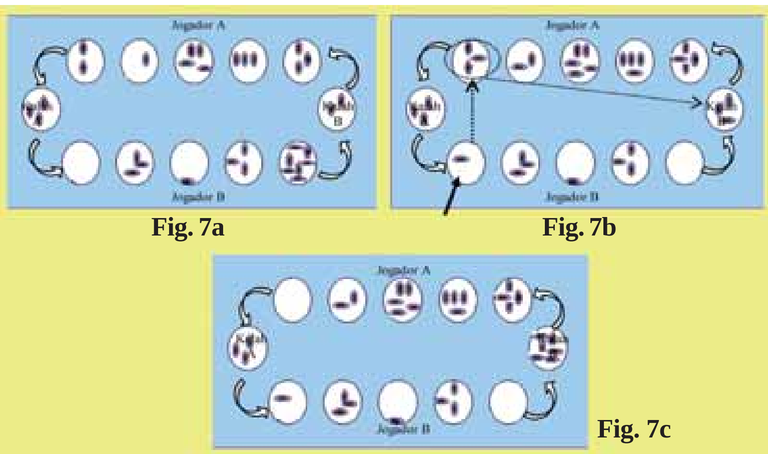


Fig. 7a **Fig. 7b** **Fig. 7c**

Figura 7 - Capturando sementes do adversário

O jogador B, atento à regra da captura das sementes do adversário, retirou as sete sementes que estavam próximas ao seu kalah (casa 5, figura 7a); distribuiu-as e terminou colocando a última semente na primeira casa do seu próprio lado (indicada pela seta na figura 7b). Isso lhe deu o direito de capturar as três sementes que estavam na casa à frente desta e levá-las para seu kalah.

Como as outras regras, a dificuldade inicial é grande. As crianças não conseguem planejar, isto é, escolher o lugar de onde retirar as sementes para a última cair na casa vazia.

De início só aproveitam as circunstâncias ocorridas ao acaso e só aos poucos começam a antecipar e a planejar. Acostumados a agir impulsivamente, demoram a sentir a necessidade de refletir antes de qualquer ação. É justamente nisso que consiste uma das vantagens desse jogo: provocar a necessidade de pensar para agir, ou melhor, de analisar a distribuição das sementes no tabuleiro para escolher a melhor possibilidade de ação.

Considerando essas situações, evidencia-se a dificuldade para coordenar as diferentes variáveis do jogo, seja para obter um número maior de jogadas, seja para capturar as sementes do adversário e, assim, acumular pontos no seu kalah.

Esta dificuldade também é destacada na ocasião da resolução de problemas, a qual entendemos como uma situação desafiadora que não apresenta uma solução imediata e única; uma situação que necessita de conhecimentos diversos - matemáticos ou não - e o estabelecimento, por parte do aluno, de relações entre eles, além de reflexões e investigações, constituindo-se em um movimento de criação de processos próprios de resolução, podendo nesse movimento, ampliar seus conhecimentos e criar novos conceitos. Muitas vezes, numa resolução de problemas, a criança não consegue identificar, interpretar, analisar, relacionar variáveis, coordenar diversas informações e até mesmo tomar uma decisão para a efetiva solução da situação.

Despreocupadas com o que ocorre do outro lado do tabuleiro e não procurando antecipar o que pode acontecer, inicialmente as crianças são constantemente surpreendidas pelas estratégias do adversário. Com o tempo, acabam sentindo a necessidade de observar os indícios do jogo e as estratégias dos adversários para poderem melhor planejar as próprias ações. Uma casa vazia do outro lado do tabuleiro passa a representar perigo e o sujeito retira as sementes da casa que se encontra diretamente oposta àquela ou preenche com suas sementes as casas vazias do adversário. Assim, acabam concluindo que não é vantagem deixar as casas do adversário com poucas sementes, o que poderia, também, indicar a proximidade do término da partida. Assim, se o seu prolongamento for interessante, a criança pode distribuir as sementes das casas mais à sua direita no tabuleiro, de modo a preencher as primeiras casas do adversário. Embora antecipando algumas soluções, nem todas as crianças chegam a determinar onde cairiam as últimas sementes ou a planejar o aumento da quantidade de sementes em uma casa, antes de esvaziá-la. Por exemplo, quando falta uma semente em uma casa para a última semente cair no kalah, é difícil distribuírem as sementes de uma outra casa situada à esquerda para, na sua próxima vez, realizar a jogada planejada com o número acrescido de sementes. Esse planejamento exige grande flexibilidade de pensamento para considerar várias possibilidades ao mesmo tempo e seqüenciar as ações necessárias.

Figura 8 - Adultos também se envolvem no jogo Kalah

Como todo jogo de estratégia, o Kalah propicia o levantamento e a análise das possibilidades de uma determinada situação e o planejamento de seqüências de ações. Esse planejamento é constantemente ampliado, de acordo com o desenvolvimento das possibilidades dos participantes tomarem consciência das jogadas feitas e de seus resultados, lembrando as situações e estratégias de partidas anteriores para comparar com a situação e as possibilidades atuais. Lembramos que o planejamento de ações também é importante na resolução de problemas, pois se a situação não for convenientemente analisada, o problema pode não ser solucionado.

Utilizando dados para calcular

Professor: aqui apresentamos cinco atividades de ensino que têm por objetivo verificar a utilização das operações básicas pelos alunos por meio da utilização do jogo Contig 60®[2]. Nela, pretendemos subsidiá-lo para:

• Repensar sobre o papel dos jogos no ensino de Matemática;

• Verificar a aprendizagem das quatro operações básicas;

• Discutir o conteúdo de expressões numéricas;

• Refletir sobre habilidades matemáticas como cálculo mental, estratégias de análise de possibilidades e de antecipação de jogadas;

• Elaborar atividades de ensino com jogos;

• Desenvolver com as crianças atividades de ensino que envolvam a utilização do pensamento de resolução de problemas por meio de jogos;

• Compreender a necessidade do desenvolvimento de uma linguagem própria na resolução de problemas matemáticos.

Desejamos a você um bom trabalho!!

Jogo Contig 60 ®

Este jogo foi desenvolvido pelo norte-americano John C. Del Regato, que levou muitos anos para conseguir dar a ele o formato atual, tanto em relação ao tabuleiro quanto às regras.

Material necessário para a confecção do jogo

Tabuleiro que pode ser construído em papel (figura 9), 25 fichas de uma cor, 25 de cor diferente, 3 dados.

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

Figura 9 - Tabuleiro do Jogo Contig 60®

Objetivo do jogo

Para ganhar o jogo o jogador deverá:

• Ter o número de pontos necessários, definidos inicialmente (30 ou 40 pontos) ou

• Ser o primeiro a identificar cinco fichas de mesma cor em linha reta (horizontal, vertical ou diagonal) (figura 10).

[2] Jogo criado por Dr. John C. Del Regado – Copyright 1980, 1986; Pentathlon Institute, Inc. e adaptado pela Profª Dr ª Regina Célia Grando.

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

Figura 10 - Colocação de fichas para ganhar o jogo

As regras do jogo

1. Adversários jogam alternadamente. Na sua vez, cada jogador joga os três dados e constrói uma sentença numérica usando os números indicados pelos dados e uma ou duas operações diferentes.

Por exemplo, com os números 2, 3 e 4 o jogador poderá construir (2 + 3) x 4 = 20. O jogador, neste caso, cobriria o espaço marcado 20 com uma ficha de sua cor. Só é permitido utilizar as quatro operações básicas.

2. Se um jogador passar sua jogada, por acreditar que não é possível fazer uma sentença numérica com os valores sorteados nos dados, o adversário terá uma opção a tomar: se achar que seria possível fazer uma sentença com os dados jogados pelo colega, poderá fazer a sentença numérica antes de fazer sua própria jogada. Ele ganhará, neste caso, **O DOBRO DO NÚMERO DE PONTOS**, e em seguida poderá fazer sua própria jogada.

3. O jogo termina quando o jogador conseguir atingir o número de pontos definidos no início do jogo ou colocar 5 fichas de mesma cor em linha reta sem nenhuma ficha do adversário intervindo. Relembrando, essa linha poderá ser horizontal, vertical ou diagonal.

Contagem dos pontos

Um ponto é ganho por colocar uma ficha num espaço desocupado que seja vizinho a um espaço com uma ficha de qualquer cor (horizontalmente, verticalmente ou diagonalmente). Colocando-se um marcador num espaço vizinho a mais de um espaço ocupado, mais pontos poderão ser obtidos. A cor das fichas nos espaços ocupados não faz diferença. Os pontos obtidos numa jogada são somados para o jogador.

Um exemplo: Suponhamos que uma partida tenha sido iniciada pelo jogador A que possuía a ficha vermelha colocada na casa 37.

Ao jogar seus dados, o segundo jogador, que possuía a ficha azul, tirou 3, 3 e 4 e fez os seguintes cálculos 3 x 3 x 4 = 36. Isso lhe possibilitou conseguir **um** ponto.

O jogador A, jogando os dados tirou os números 5, 6 e 1 e fez 5 + 1 + 6 = 12. Colocando sua ficha vermelha na casa 12, este conseguiu marcar **dois** pontos. Veja a simulação na figura a seguir:

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

Trabalhando em grupo

Tarefas

Atividade 1: Jogando com os colegas

Jogue com seus colegas e anote tudo que você perceber de importante durante suas jogadas.

Atividade 2: Problematização

Algumas questões surgidas, durante suas jogadas, podem ser as que sugerimos abaixo:

a. Quais problemas em movimento você percebeu que ocorreram nesse jogo?

b. Qual estratégia poderia ser feita para ganhar o jogo? (tente descobrir com seu parceiro)

c. Quais jogadas você não faria mais?

d. Qual será o motivo de os números estarem dispostos no tabuleiro de forma espiralada?

e. Por que será que alguns numerais estão faltando no tabuleiro?

Conversando sobre as possíveis soluções

De posse de suas anotações, acompanhe nossa discussão sobre as questões sugeridas e que são freqüentes nas jogadas das crianças. Se não as percebeu, jogue novamente e procure estar atento às situações

Um dos problemas que costuma ocorrer é o de as crianças não lembrarem de todas as regras num primeiro momento e, por exemplo, questionarem ao professor como é que se marcam os pontos. Não conseguem assimilar que não importa a cor da ficha, uma vez que se encosta ficha em casa ocupada, marca-se pontos.

O professor deve estar atento às jogadas das crianças para verificar se todas as regras estão sendo lembradas e obedecidas. Para isso, lembramos a necessidade de o professor já ter jogado várias vezes antes de levar o material para a sala de aula, pois somente assim poderá fazer intervenções adequadas nas jogadas das crianças garantindo melhor aproveitamento na utilização do material em relação à aprendizagem das crianças.

Se você refletir sobre suas jogadas, perceberá que as operações mais utilizadas foram adição e multiplicação, ficando em terceiro lugar a subtração e, em quarto lugar, a divisão. Esse fato ocorre também com as crianças. Este é o motivo pelo qual os números estão dispostos de forma espiralada no tabuleiro, pois ora é preciso conseguir um resultado maior, ora é necessário um resultado menor para se conseguir um grande número de pontos, o que gera a necessidade, por parte dos jogadores, de utilizarem todas as quatro operações a todos os momentos.

O motivo de alguns numerais não constarem do tabuleiro se deve ao fato de que, utilizando-se as quatro operações básicas e três dados é impossível ou muito difícil conseguir os numerais faltantes, o que causaria problemas aos jogadores no decorrer do jogo. Assim, o construtor do jogo optou por não colocá-los no tabuleiro.

Após os jogadores determinarem o vencedor, o professor pode propor algumas situações problemas para as crianças resolverem.

Atividade 3: . Problematização escrita do jogo CONTIG 60®[3] para o professor e para o aluno

1) Temos peças colocadas nas casas 29, 31, 54, 125, 66 e 72. Quantas possibilidades o próximo jogador tem de ganhar 3 pontos? E 2 pontos?

2) Um jogador já tirou 5 em um dos dados. Quanto ele precisa tirar nos outros dois dados e quais operações precisa fazer para que possa colocar sua peça na casa 28? Indique uma solução possível (números e operações).

3) As seguintes casas estão preenchidas: 9, 10, 31, 34, 36, 55, 60, 66, 72 e 108.
a) Para conseguir o maior número de pontos, qual casa deve ser preenchida?
b) Que números você precisaria tirar nos dados para preencher esta casa, sendo válidas somente as operações de adição e multiplicação? (apresente 4 soluções distintas possíveis).

4) Qual o número máximo que poderia constar no tabuleiro? Justifique sua resposta.

5) Liste todas as possibilidades distintas de se conseguir o número 22, segundo as regras do jogo.

6) Qual é o menor número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:
a) Uma adição e uma subtração? (Obs.: Não necessariamente nesta ordem).
b) Uma divisão e uma adição? (Válida a observação).

[3] Situações-problema retiradas de GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

c) Uma multiplicação e uma adição? (Válida a observação).

7) Qual é o maior número do tabuleiro que se pode obter, utilizando:
a) Somente subtrações?
b) Somente divisões?
c) Uma adição e uma multiplicação? (Obs.: Não necessariamente nesta ordem).
d) Uma adição e uma subtração? (Válida a observação).

Verificando suas respostas

1) Para ganhar 3 pontos o próximo jogador tem três possibilidades, ou seja, poderá colocar sua ficha em uma das seguintes casas: 55, 60 ou 144. E, para ganhar 2 pontos existem oito possibilidades: 3, 28, 30, 32, 34, 35, 120, 150.

2) Apresentamos duas soluções: 5 x 5 + 3 ou 5 x 6 – 2.

3)
a) Para conseguir o maior número de pontos deve ser preenchida a casa 35.
b) Para preencher esta casa, seriam necessários os seguintes números e operações: 5 x 6 + 5; (6 + 1) x 5; (5 + 2) x 5; (4 + 3) x 5.

Aqui, é preciso ressaltar que as crianças, por si só, não fazem uso dos parênteses, cabendo a interferência do professor para explicar que na linguagem matemática escrita é necessário indicar a operação que deve ser feita em primeiro lugar utilizando-se os parênteses.

4) O número máximo que poderia constar no tabuleiro seria 216, pois 6 x 6 x 6 = 216.

5) Possibilidades distintas de se conseguir o número 22:

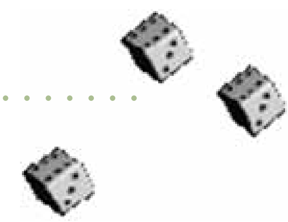
4 x 5 + 2;	5 x 5 – 3;	6 x 4 – 2;
3 x 6 + 4;	(5 + 6) x 2;	

6)
a) É o zero, pois 1 + 1 – 2 = 0.
b) É o 1, pois 1 + 1 : 2 = 1.
c) É o 2, pois 1 x 1 + 1 = 2.

7)
a) É o 4, pois 6 – 1 –1 = 4.
b) É o 6, pois 6 : 1 : 1 = 6.
c) É o 72, pois (6 + 6) x 6 = 72.
d) É o 11, pois 6 + 6 – 1 = 11.

Lembre-se

Jogo e resolução de problemas no ensino da Matemática



Aliar jogos à resolução de problemas no contexto do ensino da Matemática proporciona um ambiente de aprendizagem no qual há a exploração dos conceitos mediante a estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada pelo aluno. Este pode questionar e ousar propor soluções aos problemas encontrados num clima de investigação, onde a construção de estratégias e de conhecimentos matemáticos está em evidência.

Moura (1992), afirma que tanto o jogo quanto o problema podem ser vistos, no processo educacional, como introdutores ou desencadeadores de conceitos ou, como verificadores/aplicadores de conceitos já desenvolvidos e formalizados, além de estabelecer uma relação entre jogo e problema ao afirmar que

> *... o jogo tem fortes componentes da resolução de problemas na medida em que jogar envolve uma atitude psicológica do sujeito que, ao se predispor para isso, coloca em movimento estruturas do pensamento que lhe permitem participar do jogo. (...) O jogo, no sentido psicológico, desestrutura o sujeito, que parte em busca de estratégias que o levem a participar dele. Podemos definir jogo como um problema em movimento. Problema que envolve a atitude pessoal de querer jogar tal qual o resolvedor de problemas, que só os tem quando estes lhes exigem busca de instrumentos novos de pensamento (p.53).*

No sentido abordado por Moura (1992) o jogo é desencadeador de desafios, desestruturando o indivíduo e possibilitando a este desenvolver a postura de analisar situações e criar estratégias próprias de resolução de problemas ao possibilitar o desenvolvimento de habilidades como análise de possibilidades, tomada de decisão, trabalho em grupo, saber ganhar e saber perder.

A intervenção pedagógica nos jogos matemáticos

Deve ficar claro que não é o jogo que trabalha a Matemática, mas sim a intervenção pedagógica que se faz nele. A mediação e orientação do professor quanto aos procedimentos dos alunos ao jogar, questionando sobre suas jogadas e estratégias se fazem necessárias para que o jogar se torne um ambiente de aprendizagem e (re)criação conceitual e não apenas de reprodução mecânica do conceito. Assim, o jogo deixa de ser desinteressante para o aluno, porque visa à elaboração de procedimentos e tomada de decisão: habilidades necessárias para o trabalho com resolução de problemas, tanto no âmbito escolar como no contexto social no qual todos estamos inseridos.

Analisando o jogo

Ao se propor a análise do jogo pelo aluno, este é levado a refletir sobre as estratégias que utilizou durante as jogadas e a avaliá-las; fato que terá conseqüências na habilidade de resolução de problemas. Essa reflexão ocorre de forma espontânea por parte do aluno, pois analisar as estratégias elaboradas é exigência do próprio jogo, o que o leva a detectar as jogadas erradas realizadas e buscar alternativas para solucioná-las a tempo de ganhar a partida e produzir conhecimento.

A análise do erro e do acerto pelo aluno se dá de maneira dinâmica e efetiva, proporcionando a reflexão e a (re)criação de conceitos matemáticos que estão sendo discutidos; o professor tem condições de analisar e compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação ensino/aprendizagem, por meio de questionamentos sobre as jogadas realizadas pelos jogadores.

O professor e a utilização de jogos

Acreditamos que, ao propor um jogo a seus alunos, o professor deve tê-lo jogado anteriormente para que conheça o jogo selecionado, conseguindo criar e registrar as próprias estratégias de jogo para que possa realizar intervenções pedagógicas adequadas no momento da aplicação em sala de aula.

Além disso, o professor deve estar consciente de que situações imprevistas poderão ocorrer em sala de aula, estando atento para poder aproveitá-las da melhor maneira possível, explorando novas possibilidades do jogo com seus alunos, antes não imaginadas, contribuindo para a construção da autonomia, criticidade, criatividade, responsabilidade e cooperação entre os participantes.

O jogo e a forma de pensar que ele propicia mediante a intervenção pedagógica do professor pode tornar o estudo de Matemática mais prazeroso, aproximando-se da Matemática com o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, de investigação e permitindo trabalhar os conteúdos culturais inerentes ao próprio jogo, pelo uso de uma linguagem universalmente aceita: a linguagem matemática.

Assim, quando se visa propor atividades que promovem a aquisição de conhecimento, qualquer jogo pode ser utilizado. A questão não está no material, mas **no modo como ele é explorado**. Pode-se dizer, portanto, que serve qualquer jogo, mas não de qualquer jeito. Isso significa que, independente do jogo, a ação de jogar por nós valorizada deve estar comprometida e coordenada tanto com as ações já realizadas, como com as que serão futuramente executadas, correspondendo a um conjunto de ações intencionais e integradas no sistema como um todo.

Bibliografia

ALVES, E. M. S. *A ludicidade e o ensino de matemática: uma prática possível*. Campinas, SP: Papirus, 2001.

BRENELLI, R. P. *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritméticas*. Campinas: Papirus, 1996.

CHATEAU, J. *O jogo e a criança. Tradução Guido de Almeida*. São Paulo: Summus Editorial, 1987.

DANTE, Roberto Luiz. *Didática da resolução de problemas de matemática.* São Paulo: Editora Ática, 1991.

FREIRE, J. B. *O jogo: entre o riso e o choro.* Campinas, SP: Autores Associados, 2002.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura.* 4. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2000.

KISHIMOTO, T. M. (org.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez, 1996.

LANNER DE MOURA, A. R. *A criança e a medida pré-escolar*. Tese de Doutorado. Campinas, SP, Faculdade de Educação, UNICAMP, 1995.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. *4 cores, senha e dominó*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

_____________. *Aprender com jogos e situações problemas.* Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MARCO, F. F. *Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado. Campinas, SP, Faculdade de Educação. UNICAMP, 2004.

MEC - Ministério da Educação - Secretaria de Educação Fundamental - PCN's: Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

MOURA, M. O. *A séria busca no jogo: do lúdico na matemática.* In: KISHIMOTO, T. M. (org.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez, 1996.

____________. *A construção do signo numérico em situação de ensino.* Tese de Doutorado. São Paulo, SP, Faculdade de Educação, USP, 1992.

PALMA, Rute Cristina Domingos da Palma. *A resolução de problemas matemáticos nas concepções de professores das séries iniciais do ensino fundamental: dois estudos de caso.* Universidade Federal de Mato Grosso-UFMT: Cuiabá-MT, 1999 (Dissertação de Mestrado)

VARIZO, Zaíra da C. Melo. *O ensino da matemática e a resolução de problemas.* Inter-ação, Fac. Educação UFG, 17 (1-2), jan/dez, 1993.

ZAIA, L. L. *Kalah: análise do jogo e suas possibilidades na intervenção psicopedagógica*. In: http://www.psicopedagogia.com.br/artigos/artigo.asp?entrID=274, 07/06/2003.

ZUNINO, Delia Lerner de. *A matemática na escola: aqui e agora*. 2ª ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Pró Letramento

Matemática

Avaliação da Aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais

fascículo 8

Carla Cristine Wittmann Chamorro
Ettiène Guérios
Flávia Clarici Mädche
Janira Aparecida da Silva
Maria Cecília Bueno Fischer
Maria Helena Selbach Enriconi
Maria Janete Soligo Baldissera
Rosane Wolff

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS

Sumário

Apresentação

Na preocupação de **organizar** o fascículo sobre a avaliação pensamos em considerar sua prática pedagógica, professor ou professora, e disponibilizar recursos que possam qualificá-la. Neste sentido, planejamos o trabalho envolvendo atividades de grupo e individuais. A atividade de grupo envolve um olhar sobre a escola, sua organização, diretrizes pedagógicas e dinâmica de sala de aula e as interações de professor e aluno de ensinar, aprender e avaliar.

O trabalho individual convida você a **olhar atentamente** a sua prática de ensino em relação a planejamento, encaminhamento das aulas e avaliação de aprendizagem dos alunos. Os dados decorrentes deste olhar aguçado para seu exercício profissional favorecem que você perceba aspectos que carecem de uma **análise mais aprofundada** e, por isso, esses dados deveriam ser registrados para subsidiar suas reflexões.

Os textos e as atividades propostos neste fascículo objetivam discutir a avaliação do aluno como processo facilitador de aprendizagem. O trabalho aqui apresentado desafia você a repensar a tomada de decisão decorrente do seu planejamento e da sua prática de avaliação.

Enfatizamos que o estudo da avaliação só tem sentido na medida em que as suas ações de avaliação estiverem qualificando o ato de aprender do aluno e este estiver alicerçado em elementos integrantes do processo.

Desejamos que este estudo, além de colaborar com o aperfeiçoamento da sua prática docente, seja prazeroso, contribuindo para seu crescimento pessoal.

Fascículo 8 - Avaliação da aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais

Roteiro de trabalho para o encontro

Pensando juntos

Neste momento estamos revisando nossos trabalhos e nossas aprendizagens no que se refere aos estudos dos fascículos que enfocam a Matemática nos Anos Iniciais.

Por isso, queremos saudá-lo e convidá-lo a discutir nossa prática de ensino. No primeiro momento, solicitamos que faça um registro das suas atividades da última semana de aula, considerando os objetivos, os conteúdos, a metodologia e os recursos utilizados. Feito isso, queremos convidá-lo para o trabalho em grupo.

Trabalhando em grupo

O momento do trabalho em grupo deveria ser o da socialização e da revisão dos objetivos, da metodologia e dos recursos utilizados nas práticas de ensino, discutindo os avanços e desafios.

1. Como vemos os nossos alunos?

Um dos aspectos do ensino e da aprendizagem é dar valor à forma como vemos nossos alunos. A forma de vê-los orienta nossas práticas de ensino e de avaliação

Tarefa 1

Desenhe uma imagem que represente os seus alunos em momentos de aprendizagem.

Esta imagem se modifica ou permanece a mesma quando os alunos são avaliados?

Tarefa 2

O educador Francesco Tonucci se vale de imagens para fazer a representação de suas concepções sobre questões educativas. Neste caso, as imagens por ele desenhadas são referentes à avaliação.

Que leituras podemos fazer dessas imagens?

Fonte: REVISTA PÁTIO. Porto Alegre: Artmed, agosto/outubro/1998, p. 66

2. Erro *versus* acerto

Observe como Maria, de 8 anos, aluna da 2ª série do Ensino Fundamental, resolveu a seguinte situação-problema:

Francisco foi ao mercado e comprou 2 cadernos ao preço de R$ 2,30 cada, 1 tubo de cola por R$ 1,50 e um lápis por R$ 0,70. Pagou sua compra com duas notas de R$ 5,00. Ele recebeu troco? Quanto?

$$\begin{array}{r} 2,30 \\ 2,30 \\ +\ 1,50 \\ \underline{0,70} \\ 6,80 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10,00 \\ \underline{-\ 6,80} \\ 4,20 \end{array}$$

Resposta:
Ele recebeu R$ 4,20 de troco.

Tarefa 3

Como você avalia a solução dada por Maria? Qual é a dificuldade apresentada por ela? Como você, professor ou professora, poderia intervir neste processo de aprendizagem? É pertinente, nesta situação, desconsiderar a evolução cognitiva da aluna, valorizando apenas o resultado final?

A importância que se dá ao erro é uma questão fundamental no processo avaliativo. O erro representa, entre outras manifestações do aluno, indícios do seu processo de construção de conhecimentos. Pode indicar caminhos diferentes daqueles que o professor espera. O professor ou a professora, frente ao erro, pode compreender esse novo trajeto seguido pelo aluno, valorizando a sua produção e buscando converter "o *não saber*, estático, negativo e definitivo, em *ainda não saber*, provisório, relativo e potencial" (ESTEBAN, 2001, p. 23).

A autora considera excludente a dicotomia entre o acerto e o erro, tornando a avaliação escolar uma prática que desvaloriza os saberes, impede o diálogo, funcionando como instrumento de controle e de limitação das atuações, tanto de alunos como de professores e professoras, no contexto escolar. Ela também destaca que aquilo que dizemos sobre o nosso aluno é apenas uma parte do que pode ser dito, ou seja, é apenas o que nós vimos.

Também os PCNs trazem considerações acerca do erro, das quais destacamos:

> **[...] se todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação (1997, p. 59).**

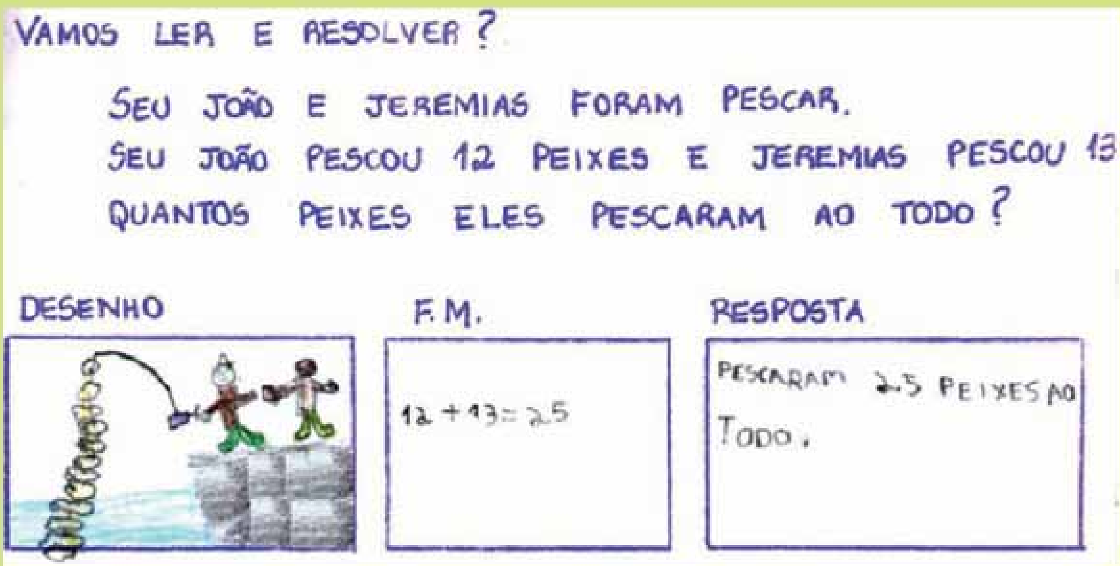
Assim, ao avaliar uma situação, o professor ou a professora não apenas constata e pontua determinada dificuldade do aluno. O professor ou a professora também decide que tipos de encaminhamentos e intervenções deve inserir em sua prática pedagógica para que o aluno supere a sua dificuldade inicial. Nesse caso, o professor ou a professora considera não apenas o que o aluno foi capaz de fazer, mas também aquilo que ele já sabe fazer, para, a partir disso, planejar as atividades seguintes.

Reportamo-nos agora a algumas questões colocadas no Fascículo I, das professoras Elisabeth e Mônica, sobre *números naturais*. Está proposto, ao final dos episódios (trabalho do primeiro encontro), como tarefa, que sejam analisados os trabalhos de Alice, Juliana e Mariana. Quando é perguntado: O que ela acerta? O que ela erra?, tais questões estão sugerindo uma atenção sobre o que o aluno revela saber no processo que ele construiu e que talvez não tenha manifestado para chegar até a sua resposta. No caso de Juliana, poderíamos refletir sobre a possibilidade de outra explicação para o registro que ela fez do número 21. A partir da manifestação do aluno, é possível acompanhar seu processo de construção da notação do número e interferir, se for o caso, mas a partir do que ele está compreendendo dessa representação.

Em muitas situações-problema em Matemática, não há um padrão de resposta. Pode acontecer que o resultado numérico seja um, mas o processo de resolução até chegar a esse resultado seja construído de diversas maneiras, manifestando a compreensão que o aluno teve da situação-problema. A observação atenta a esses diferentes caminhos traçados pelos alunos compõe, entre outras formas e instrumentos utilizados, o processo de avaliação da aprendizagem.

Será que todos os alunos precisam resolver um cálculo matemático da mesma forma como a professora o resolve? É importante destacar que as nossas soluções não são únicas, como ilustra a situação a seguir:

Caroline, de 7 anos, aluna da 1ª série do Ensino Fundamental, resolveu da seguinte forma o exercício apresentado pela professora:



Ao corrigir o exercício, a professora fez o seguinte comentário: Caroline, quase que você tira 10, pena que errou a ilustração, pois não desenhou os peixes que Jeremias pescou. Caroline, imediatamente, responde: Mas, professora, os peixes estão dentro da caixa que está na mão do Jeremias.

Tarefa 4

Você já vivenciou alguma situação onde a intervenção do aluno interferiu na sua avaliação? Conte-a.

É imprescindível ouvirmos a argumentação dada pelo aluno no processo de avaliação, oportunizando-lhe espaços para verbalizar o que lhe ocorreu ao resolver determinada situação. Tanto para si como para seus colegas a explicação dada pode provocar uma discussão na turma, que ajuda o aluno a organizar seus pensamentos e compreender sua solução e as dos colegas, que poderão ser diferentes da sua. Da mesma forma como está sendo proposto a você discutir com os colegas professores e professoras as soluções apresentadas nas atividades do curso, essa dinâmica pode ser aplicada com a turma, respeitando, é claro, o nível de argumentação dos alunos.

3. Texto para leitura: Resgatando conceitos

Identidade da escola

Toda escola situa-se em um sistema de ensino e tem sua identidade expressa no Projeto Político-Pedagógico (PPP). O PPP é elaborado pela comunidade escolar a partir da realidade da escola e da legislação e é constituído por marcos de referência, pelos planos de estudo e pelo regimento escolar.

No dizer de Veiga (1997, p.16), o Projeto Político-Pedagógico, como organização do trabalho da escola como um todo, está fundado nos princípios que deverão nortear a escola. Os marcos de referência do PPP explicitam, entre outros, as concepções de mundo, de sociedade, de ser humano, de educação, de aprendizagem, de avaliação. Essas concepções precisam ser evidenciadas no cotidiano da escola, nas suas ações e decisões administrativas e pedagógicas.

É claro que as evidências não ocorrem de maneira linear, como estamos abordando. A realidade é complexa e as contradições também se fazem presentes no mundo da escola. Mas, na prática, sempre há referências que balizam nossas ações. Precisamos nos perguntar para que e para quem estamos fazendo nossa atividade pedagógica.

O Plano de Estudos, outro integrante do PPP, contém os conteúdos básicos a serem abordados, além de objetivos e metodologia de ensino e de avaliação. Esses Planos de Estudos também devem estar encharcados da realidade dos alunos e dos professores.

Fiss e Caldieraro (2000) situam os Planos de Estudos como elemento ordenador, do ponto de vista pedagógico, do currículo escolar como a expressão concreta do PPP.

Outro componente do PPP é o Regimento Escolar, que reúne as normas que regem a escola. Dentre as normas do Regimento, podemos destacar as de convivência e as da avaliação da aprendizagem dos alunos.

Como se pode constatar, a prática pedagógica do professor ou da professora está em sintonia com os princípios orientadores da escola e com o seu Regimento Escolar. Neste contexto pedagógico situa-se a avaliação da aprendizagem do aluno, que oferece dados para o professor ou a professora tomar decisões tanto pedagógicas quanto administrativas. Sim, essas decisões podem ter finalidade pedagógica ou administrativa, dependendo do objetivo dessa avaliação.

A avaliação da aprendizagem

Como avaliamos nosso aluno em seu processo de aprendizagem, na escola? Em que momento(s)? Através de uma mera conferência de resultados? Ou, quem sabe, a partir de observações quanto a aspectos atitudinais do aluno? No que estas práticas contribuem para a aprendizagem do aluno e, conseqüentemente, para o trabalho pedagógico do professor e da professora?

Sustentadas nestas angústias e reflexões, percebemos uma necessidade de mudança de olhar em relação à avaliação. Precisamos repensar a avaliação como uma ação compreensiva e mediadora da trajetória do aluno, presente em toda a prática pedagógica, e não como uma ação esporádica que seleciona os que sabem.

A avaliação deve ter sempre a preocupação com a aprendizagem dos alunos. Uma avaliação com essa finalidade tem sido referida por diversos autores como uma avaliação formativa que, nas palavras de Perrenoud (1999), é uma avaliação “que ajuda o aluno a aprender e o professor a ensinar” (p. 173). Descreve a idéia-base desta avaliação, em que um indivíduo aprenderá melhor “se o seu meio envolvente for capaz de lhe dar respostas e regulações sob diversas formas: identificação dos erros, sugestões e contra-sugestões, explicações complementares, revisão das noções de base, trabalho sobre o sentido da tarefa ou a autoconfiança” (PERRENOUD, 1999, p.173).

A avaliação só tem sentido se estiver contribuindo para melhorar a aprendizagem em curso, se puder informar o professor ou a professora sobre as condições em que se dá essa aprendizagem e o aluno sobre o seu próprio percurso. Essa modalidade de avaliação, identificada por muitos autores como uma avaliação *formativa*, destaca-se por uma característica essencial, ausente na função *somativa*, que é a de realizar-se de forma contínua, integrada na ação de formação e incorporada no próprio ato de ensino.

Nossas conclusões

Quando iniciamos o fascículo da Avaliação da Aprendizagem sugerimos, no item *Pensando Juntos*, que fizesse uma retomada do processo de ensino e aprendizagem. Neste momento, solicitamos que registre sua aprendizagem considerando as práticas que já se modificaram e as que pretende implementar. Este trabalho tem dois momentos, um da discussão no grupo e o outro do registro individual, que deverá ser entregue ao tutor.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entreguem este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 8 - Avaliação da aprendizagem em Matemática nos Anos Iniciais

Roteiro de trabalho individual

Parte 1: Avaliação coletiva

O olhar do aluno, o olhar da família e o olhar da escola

Foi a partir de um movimento de repensar as práticas pedagógicas que, num momento em que todas as escolas do Rio Grande do Sul construíram seus Regimentos Escolares, em Morro Reuter (município localizado a 60 km de Porto Alegre), em 2001, se iniciou um processo de reestruturação da escola da rede pública municipal. Foi um processo que envolveu todos os segmentos da comunidade escolar. Realizaram-se encontros, debates, reuniões, leituras e participações em cursos de formação continuada para conhecer a sua realidade educacional e outras propostas de reestruturação escolar. Passou-se um ano todo estudando e encaminhando mudanças.

Em relação à estrutura da escola, seus tempos e espaços, passou-se a oferecer o ensino fundamental em um tempo de nove anos, ciclando seu período inicial. Ao sair da educação infantil e ingressar no ensino fundamental, a criança passaria por um ciclo de três anos (denominados de etapas), sem enfrentar o fracasso escolar.

O sistema de avaliação constante no regimento escolar público municipal de Morro Reuter deveria avaliar o desempenho do aluno de forma contínua cumulativa. A avaliação deveria acompanhar, analisar, pensar, atender e intervir. Deveria observar as necessidades dos alunos e se comprometer com a sua superação, favorecendo-lhes o desenvolvimento de suas aprendizagens, levando-se em conta suas condições individuais e o processo de inclusão, realizando, assim, intervenções pedagógicas favoráveis à aprendizagem de todos. A avaliação deveria implicar num redimensionamento participativo de todos os envolvidos com a educação, ou seja, o compartilhamento do poder, que estaria somente nas mãos do professor, com o sujeito da aprendizagem: o aluno e sua família.

Considerando que, até 2001, o sistema de avaliação das escolas da rede pública municipal de Morro Reuter contemplava notas (de 0 a 100), desde a 1ª série, repensou-se essa prática por acreditar-se que a avaliação do aluno deveria consistir em fornecer um diagnóstico sobre as suas aprendizagens. Deveria ser contínua e progressiva, sendo realizada através de diversos procedimentos e instrumentos que validariam os processos e os resultados do fazer educativo. O aluno deveria ser considerado como um todo, contemplando aspectos cognitivos, afetivos, psicomotores e sociais. Assim, o sistema de avaliação da rede municipal passou por significativas mudanças. A escola deveria expressar os resultados da avaliação trimestralmente, sendo que os do 1º ciclo (composto por um período de três anos) não possuiriam finalidade de promoção e seriam expressos por meio de relatório. Somente no último ano do 1º ciclo, o resultado final (3º trimestre) viria acompanhado pelas expressões “Aprovado” ou “Reprovado”.

A sistematização da avaliação trimestral das turmas teria como envolvidos, além dos alunos, os professores, a direção da escola e a coordenação pedagógica, possuindo caráter reflexivo e crítico. Ela pressuporia uma fase preparatória em que os pais (responsáveis) do estudante emitiriam um parecer sobre as construções de seu filho na escola. Após, o aluno faria uma auto-avaliação e, num momento subseqüente, os professores e as professoras reunir-se-iam para sistematizar suas observações, por meio de registros que possam apreender os diferentes trajetos, processos e resultados construídos pelo aluno.

Em suma, a avaliação consistiria em:

• Observar o aluno e registrar seu desenvolvimento e/ou dificuldades, considerando as áreas cognitivas, afetivas, sociais e psicomotoras. Estes registros dariam suporte para a produção de um relatório a respeito das construções do aluno, em períodos de três meses.

• Propor momentos de auto-avaliação.

• Promover espaço para ouvir os pais (responsáveis) dos alunos em relação à sua vida como aluno e à escola como um todo.

Ao aluno seria garantido o respeito pelo seu ritmo. Passados os três anos desse 1° ciclo, ele seria promovido para a 3ª série.

Na 3ª e na 4ª séries, a emissão dos resultados da construção dos alunos contemplaria a globalização das áreas de conhecimento e o relatório viria acompanhado por uma convenção:

• **A** (construiu, plenamente, o conhecimento);

• **B** (construiu, em parte, o conhecimento);

• **C** (não construiu conhecimentos significativos em determinada área).

Comporia seu dossiê:

• Avaliação dos professores (um relatório por trimestre, acompanhado de uma convenção a partir da 3ª série).

• Avaliação do aluno (auto-avaliação).

• Avaliação dos pais.

Tarefa 1

Como se dá o processo de avaliação na sua escola? Quem determina, ou melhor, quem escolhe os métodos e as formas de avaliação? Há a participação da família e do aluno neste processo avaliativo? Em que momento?

O dossiê

Apresentamos a você o dossiê - elaborado no primeiro trimestre de 2004 - de um aluno que tinha 7 anos de idade e freqüentava a II etapa do 1º ciclo, em uma escola da rede municipal de Morro Reuter. A seguir, trazemos as partes que compõem este dossiê, ou seja, o olhar do aluno, o olhar da professora e o olhar da família.

Capa do dossiê ilustrando momentos significativos vividos pelo aluno na escola.

O olhar do aluno

Por acreditarmos que a relação pedagógica se dá na interação entre os sujeitos – professor e aluno durante o processo ensino-aprendizagem, passamos a ouvir mais o nosso aluno.

Com a elaboração de roteiros de avaliação, cada aluno é encorajado a perceber-se como o sujeito de sua aprendizagem, registrando, com desenhos e/ou escrita, suas observações, suas angústias e suas sugestões ao longo do processo.

AUTO – AVALIAÇÃO DO ALUNO

SIM — NÃO — ÀS VEZES

☺	COSTUMO RESPEITAR MEUS PROFESSORES, COLEGAS E MERENDEIRAS.
☺	CONVERSO E SOU PRESTATIVO(A) COM TODOS OS MEUS COLEGAS.
☺	PARTICIPO DE TODAS AS ATIVIDADES DENTRO E FORA DA SALA.
☺	FAÇO MINHAS REFEIÇÕES COM EDUCAÇÃO E HIGIENE.
☺	CONTRIBUO COM IDÉIAS E OPINIÕES PARA ENRIQUECER AS AULAS.
☺	REALIZO MEUS TRABALHOS EM GRUPO, SOU PRESTATIVO(A) E COOPERATIVO(A).

O olhar da professora

Texto elaborado pela professora contando a história da turma e o relatório individual do aluno Vinícius.

História da turma

A turminha é formada por vinte e três crianças encantadoras, que são o Adilson, a Bianca, a Carine, a Cassiane, a Cassiara, o Charles, o Cristian, a Evelin, o Felipe, a Gisele, a Jéssica F., a Jéssica C., o Jordano, o Lucas, o Nicolas C., o Nicolas D., a Poliana, o Rafael, a Raíssa, a Thauani, o Vinícius, a Vitória e o Willian. São onze meninos e doze meninas.

Essas crianças iniciaram o ano letivo bastante eufóricas e entusiasmadas com a nova etapa e também com a nova escola. Tudo era novo, a sala, os prédios, a professora, as regras...

Foram, aos poucos, entrosando-se com os novos amigos e, de forma tranqüila, adaptando-se ao ambiente escolar.

Eram tantas as novidades...

O projeto Bom-Dia Escola era (e ainda é) motivo de muita empolgação: todos querem contar sobre suas oficinas do dia anterior. E até mesmo demonstrar passos de danças, golpes de judô e tudo mais.

A hora do almoço, então, que alegria! Todos juntos nesta refeição...

No início, foi um pouco conturbado (serviam mais do que comiam, algumas vezes derramavam a comida fora do prato, sentavam todos espalhados pelo refeitório...). Hoje, a alegria continua a mesma, porém, esta importante refeição tornou-se um momento tranqüilo de grandes trocas e aprendizagens. Os alunos já conseguem se servir conforme a sua fome, sabem o quanto é importante comermos saladas (pelo menos um pouquinho!), sentam-se juntos, utilizam os talheres e guardanapo corretamente, cuidam uns dos outros e cobram-se quanto às boas maneiras.

Tem também a hora do descanso (humm, que preguiça!). No início do trimestre, este momento era um pouco agitado, pois os alunos ainda não estavam habituados a "descansar", o que é tão necessário. Porém, aos poucos, foram se acostumando e, hoje, a nossa hora do soninho é tranqüila e aconchegante. Às vezes, assistem a filmes em fitas de vídeo, outras vezes ouvem histórias e tem dias em que apenas descansam ouvindo o barulho da chuva. Alguns alunos aproveitam o momento para dormir e, por vezes, sonham; esses sonhos, depois, são compartilhados com a profe e os demais colegas.

Puxa, quantas experiências estas crianças vivenciam!

No começo do ano letivo, a turma teve algumas dificuldades em aceitar certas limitações e combinações. Atualmente, conseguem separar e saber a hora determinada de cada atividade, o que, com certeza, está sendo muito produtivo, trazendo maior organização em todos os momentos.

Neste grupo, todos são amigos e têm como característica serem uma turma muito unida e disposta, pois tudo é motivo de alegria e entusiasmo.

Às vezes, ocorrem alguns desentendimentos que são solucionados com o auxílio da professora. Estamos trabalhando para que os próprios alunos resolvam estes "pequenos probleminhas" através do diálogo, da compreensão e, principalmente, da amizade.

Enfim, os alunos são crianças extremamente curiosas, ativas, cheias de energia e muita, mas muita imaginação. Têm desejo de aprender e querem sempre saber mais. Cada um deles com seu jeitinho especial de aprender/ensinar, trabalhar e participar!

Adoro cada um e sei que juntos teremos muitas conquistas neste ano letivo, afinal, "somos a turma da II etapa, uma turminha pra lá de bacana!" (frase criada por eles).

Professora Daniele

Relatório individual

Neste primeiro trimestre, Vinícius mostrou-se um menino muito querido, educado, esperto e prestativo. Relaciona-se muito bem com seus colegas e também com as professoras. Gosta muito de auxiliar a professora e os colegas na realização das atividades, sentindo-se orgulhosos com isso. Muitas vezes, Vinícius tem atitudes admiráveis, como por exemplo, oferecer seu material ao perceber que algum colega não tem, ou mesmo, dividir sua merenda. Também, quando percebe que não foi legal com um colega logo vai desculpar-se sem que a professora precise intervir.

Gosta muito de jogar bingo, jogo da forca e demais jogos propostos pela professora. Na confecção de jogos, Vinícius é bastante criativo e detalhista, fazendo-os com muito entusiasmo e dedicação. Gosta de mostrar para os colegas o seu trabalho, explicando a sua idéia para todos. No pátio, gosta muito de correr, brincando de pega-pega e polícia e ladrão. Também gosta de brincar de detetive e na pracinha, sem esquecer da beyblade que está sempre presente.

Demonstra um grande gosto por cantar, memorizando com facilidade as músicas aprendidas.

Na brinquedoteca, Vinícius demonstra um grande gosto por jogos, tendo paciência e ouvindo com muita atenção as regras do mesmo. Também gosta de brincar com os carrinhos e Max Steel. Adora organizar desfiles de carros e caminhões, escolhendo o melhor lugar para ser a pista e convidando os demais colegas para participarem, não esquecendo da platéia e dos jurados.

Às vezes, Vinícius passa a ser um grande médico auxiliando as mamães a cuidarem das suas filhas (bonecas), outras vezes, um cantinho da brinquedoteca e alguns móveis transformam-se em um grande avião onde o piloto Vinícius viaja pelos mais diferentes países levando consigo alguns curiosos passageiros.

Na hora de guardar os brinquedos, às vezes é um pouco resistente, porém percebe-se que está compreendendo melhor a importância deste momento, ajudando mais seus colegas e contribuindo para que a brinquedoteca mantenha-se organizada.

Na sala de aula é cuidadoso com os seus materiais e também com os da escola. Realiza as atividades propostas com entusiasmo e independência, sempre esclarecendo as dúvidas com a professora.

O traçado da sua letra está melhorando cada vez mais. Vinícius gosta muito de comparar suas produções olhando, freqüentemente, seu caderno para ver como era sua escrita e capricho no começo do ano e como é agora. Fica feliz quando a professora escreve algum recadinho no seu caderno ou nas atividades em folha.

É bastante participativo e questionador, colaborando com as idéias e sugestões que contribuem para o crescimento do grupo.

Na hora da leitura, momento mágico para ele, viaja pelo mundo da imaginação. Adora retirar livros na biblioteca e contar aos outros sobre sua história. Durante a hora do conto é bastante atencioso, fazendo questionamentos e relacionando com outras histórias e também com suas vivências.

Tem facilidade para assimilar informações e relata fatos e histórias com riqueza em detalhes. Vinícius gosta muito de criar histórias, tanto em grupo, como individualmente, sendo bastante criativo. Suas produções apresentam uma seqüência lógica. Gosta de ler suas histórias para os colegas e de ouvir as deles também.

Depois que descobriu o fantástico e maravilhoso mundo da leitura e da escrita, Vinícius tem o desejo de ler tudo o que está a sua volta: cartazes expostos na sala e na escola, placas, bilhetes... sendo que sempre comenta com a professora sobre o que leu.

Para que a sua leitura e sua escrita progridam cada vez mais, sugiro que leia muito em casa, sempre contando aos outros sobre o que leu. Também que seja constantemente estimulado a escrever histórias, cartas, bilhetes... sempre lendo o que escreveu para que possa perceber se esqueceu ou trocou alguma letra ou palavra.

Vinícius apresenta um bom raciocínio lógico-matemático, resolvendo situações-problemas do cotidiano escolar com facilidade. Resolve histórias matemáticas com sucesso lendo e interpretando-as sozinho, na maioria das vezes. Tem facilidade para resolver cálculos mentais bem como para reconhecer os números. Para desenvolver ainda mais seu raciocínio lógico, sugiro que brinque bastante com jogos como: dama, resta um, pega varetas, jogo da velha, memória (sempre registrando a pontuação dos jogadores). Também sugiro que Vinícius brinque bastante no pátio: correr, pular, subir em árvores, brincar na areia... e também com materiais como massinha de modelar, recorte e colagem. Isso o ajudará muito a superar pequenas dificuldades. Enfim, é um aluno com plenas condições para uma excelente aprendizagem. Parabéns!

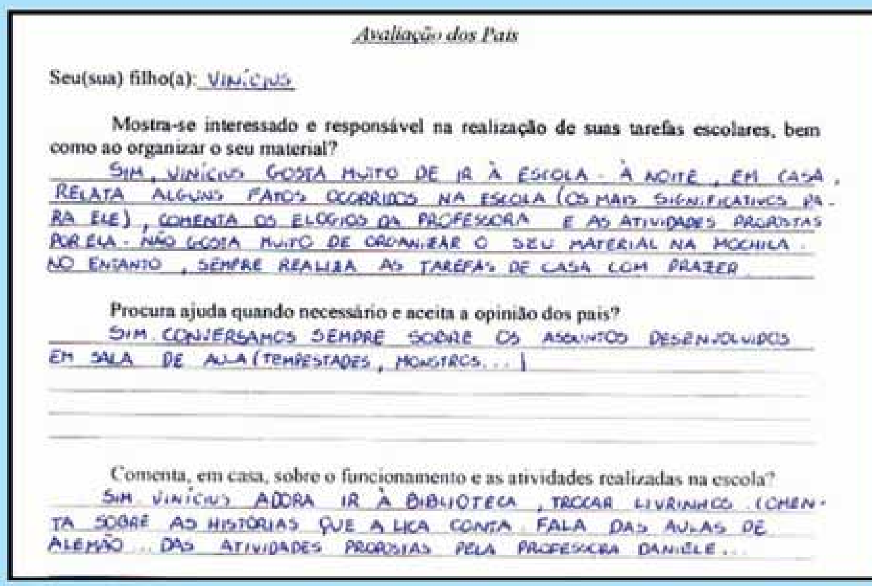
O olhar da família

Assim como o aluno, a sua família também é convidada a participar deste processo coletivo de reflexão sobre a sua aprendizagem. Trimestralmente, são encaminhadas para cada família questões de discussão sobre o processo ensino-aprendizagem da criança.

É importante destacar que, nesta etapa do processo, várias dificuldades surgiram, pois muitos pais e muitas mães ficavam constrangidos em escrever (alguns tinham medo de escrever errado, outros não se achavam capazes de opinar sobre a aprendizagem de seu filho, pois “isto é papel da professora”).

Para superar estas dificuldades, foram possibilitadas várias formas de registros (questões objetivas, representações por desenhos...).

Trazemos, a seguir, as questões propostas pela escola e respondidas pela família sobre o processo de aprendizagem do aluno.



Avaliação dos Pais

Seu(sua) filho(a): VINÍCIUS

Mostra-se interessado e responsável na realização de suas tarefas escolares, bem como ao organizar o seu material?

SIM, VINÍCIUS GOSTA MUITO DE IR À ESCOLA. À NOITE, EM CASA, RELATA ALGUNS FATOS OCORRIDOS NA ESCOLA (OS MAIS SIGNIFICATIVOS PARA ELE), COMENTA OS ELOGIOS DA PROFESSORA E AS ATIVIDADES PROPOSTAS POR ELA. NÃO GOSTA MUITO DE ORGANIZAR O SEU MATERIAL NA MOCHILA. NO ENTANTO, SEMPRE REALIZA AS TAREFAS DE CASA COM PRAZER.

Procura ajuda quando necessário e aceita a opinião dos pais?

SIM. CONVERSAMOS SEMPRE SOBRE OS ASSUNTOS DESENVOLVIDOS EM SALA DE AULA (TEMPESTADES, MONSTROS...)

Comenta, em casa, sobre o funcionamento e as atividades realizadas na escola?

SIM. VINÍCIUS ADORA IR À BIBLIOTECA, TROCAR LIVRINHOS. COMENTA SOBRE AS HISTÓRIAS QUE A LICA CONTA. FALA DAS AULAS DE ALEMÃO... DAS ATIVIDADES PROPOSTAS PELA PROFESSORA DANIELE...

Tecendo algumas considerações

A ousadia em mudar pressupõe estudos, leituras, teorização da prática, planejamento, comprometimento e participação coletiva. Assim, gradativamente, fomos envolvendo os professores e as professoras neste processo de construção, conforme podemos constatar nos depoimentos das professoras.

O que posso dizer é que, enquanto o sistema de avaliação deste município era através de notas, sentia-me bastante angustiada. São muitos aspectos a considerar para transferir tudo a uma nota.

O que significa um aluno ter a nota 8? O que ele sabe, o que já construiu? O que ele ainda está construindo? Quais são as suas dificuldades? Como a família poderá auxiliá-lo neste processo?

Uma nota, um número não nos diz nada disso.

Assim, penso que o nosso atual sistema de avaliação é muito mais rico e com certeza significativo : relatórios. Uma descrição do aluno como um todo.

Neste relatório, particularmente, procuro escrever sobre como é o aluno, como é o seu relacionamento com o grupo, seus gostos e preferências, sua participação em aula, como está o processo da sua aprendizagem, o que já construiu, o que ainda está construindo, quais são as suas dificuldades, como pode ser o envolvimento da família frente a isso, enfim...

Atualmente trabalho com a 1ª série, ou melhor, II Etapa do 1º Ciclo, e penso como seria angustiante e insignificante ter que atribuir uma nota a tudo isso.

Também, é muito importante citar que não estamos sozinhos neste processo de avaliação. Contamos também, com a auto-avaliação do aluno, onde através dela, podemos descobrir como o aluno se percebe na escola, na sua aprendizagem, além de ser um momento a mais para conhecermos as *sugestões do aluno. Temos ainda, a avaliação dos pais, onde estes podem expor como eles vêem o filho na escola, no processo ensino-aprendizagem, além de manifestarem-se a respeito da escola e do trabalho realizado pelo professor, contribuindo com sugestões.*

Acredito que estamos seguindo no caminho certo, considerando o aluno com toda a sua individualidade, respeitando o seu tempo.

Professora Daniele

A avaliação que se dá através do relatório, a princípio pra mim, foi muito difícil. Senti-me muito insegura, pois acreditava não conhecer o meu aluno como um todo e, colocar no papel o que eu pensava sobre ele, não me parecia fácil. Na prática, isso não foi verdade. A nota que torna o aluno apenas um número a mais limita também a capacidade do professor em avaliar e conhecer o aluno como um todo.

A partir do relatório, comecei a ver meu aluno de um modo diferente, como um ser individualizado. Aprendi o quanto é importante valorizar o que cada um tem de melhor e, é claro, o que ainda não conseguiu alcançar até aquele dado momento, considerando e respeitando sempre a realidade de cada aluno. Penso que hoje não saberia avaliar meu aluno de outra maneira, pois sempre estou em busca de novas construções e possibilidades para tentar ser o mais verdadeira possível em meus relatórios.

Professora Mírian

É pertinente pontuar que o sistema acima relatado faz parte de uma caminhada sobre a qual se estava refletindo e que repensar o sistema de avaliação não se dissocia do repensar a escola, seus tempos e espaços, as nossas metodologias pedagógicas.

Tarefa 2

Como você, professor ou professora, organiza os registros de acompanhamento do seu aluno? Que aspectos podem ser observados e avaliados?

Parte 2: Registro e portfólio e a avaliação de aprendizagem [1]

1. Vamos falar de portfólios

Se você olhar em um dicionário, vai ler que portfólio vem de porta-fólio[2], que significa pasta ou álbum para guardar papéis. É fácil, portanto, fazer uma comparação para você entender facilmente o que é um portfólio: pode ser comparado com uma pasta em que você guarda seus documentos de modo organizado.

O portfólio tem sido utilizado em muitos ramos da vida cotidiana como meio de divulgação e de propaganda. Se você entrar num site de busca na internet e solicitar o termo "portfólio", observará centenas de exemplos de empresas, escolas e tantos outros ramos divulgando seus produtos e serviços por meio de portfólios. Por que utilizam portfólios? Porque permitem às pessoas visualizar de modo integral, ao mesmo tempo em que permitem a observação detalhada de tópicos específicos no conjunto de produtos que estão veiculando.

A pergunta que fazemos é: Onde está o valor pedagógico de um portfólio? Um portfólio permite a você organizar as atividades de seus alunos.

Qual é a relação disto com o portfólio como instrumento de avaliação? É o que ele permite ao leitor ver. E quem é o professor ou a professora, senão um leitor do desenvolvimento do aluno? Observe que o princípio é o mesmo. Com as atividades de seus alunos organizadas, você pode acompanhar o desenvolvimento de cada um deles de modo sistemático e contínuo.

Portfólios nos anos iniciais

A utilização de portfólios não é uma inovação, pois já é um hábito de muitos professores e professoras. A inovação reside no modo de utilização dos mesmos.

Um portfólio bem organizado permite ao professor ou à professora acompanhar o aluno em seu processo de aprendizagem. Com ele, você pode acompanhar e identificar os registros e acertos de seus alunos, assim como problemas de aprendizagem durante o seu ensinamento, pois os erros ficam evidenciados, ficam visíveis. Além disso, você pode "estudar" os erros e perceber as dificuldades apresentadas. Perceber erros quando ocorrem – e não depois que são consolidados e observados numa avaliação formal – possibilita que você realimente seus modos de ensinar, readequando seu planejamento e percebendo onde está o problema.

Você pode ter o portfólio **de cada aluno** e pode também ter o **seu** portfólio.

Nos de seus alunos, estarão organizadas as atividades que ELES fazem, as lições DELES, as produções DELES, os registros que ELES fazem, etc.

No SEU, você pode organizar SEUS registros, SUAS observações, SUAS impressões, SEUS relatos. No SEU, vão constar as observações que VOCÊ faz das atividades DELES.

Os alunos gostam de construir seus portfólios e, normalmente, são seus parceiros nisso. Para eles, é como se fosse um de seus álbuns de figurinhas, de papel de carta ou do que quer que seja. Além disso, há uma significativa contribuição que é a de possibilitar que cada criança seja

---

[1] Esta unidade tem sua origem no volume "A avaliação em Matemática nas Séries Iniciais" *da Coleção Avaliação de Aprendizagem em disciplinas escolares nas séries iniciais*, publicada pelo Centro Interdisciplinar de Formação Continuada de professores da Educação Básica – CINFOP – www.cinfop.ufpr.br instalado na Universidade Federal do Paraná. Autores: Ettiène Guérios, Tânia T. Bruns Zimer, Roberto José Medeiros Jr.

[2] Em português, utilizamos tanto o termo "portfólio" quanto "portifólio" em vez de "porta-fólio".

produtora de seu próprio conhecimento. Criança produtora! Nada mais profícuo para você atingir o anseio pedagógico de ter a criança como produtora e não apenas como receptora de conhecimentos que lhe são transmitidos na escola.Temos, então, duas dimensões em sua utilização: portfólio como coletânea e portfólio como produção.

Se você escutar que há também processofólio e que este é diferente de portfólio, é porque alguns entendem que no portfólio são armazenadas atividades concluídas dos alunos – uma sucessão de atividades já desenvolvidas, ou a última versão das diferentes atividades propostas – e no processofólio vai-se armazenando todas as etapas que vão sendo desenvolvidas.

Por exemplo: Imaginemos que, neste mês, você realizou as atividades da Tarefa 3 e da Tarefa 4 (roteiro individual) do fascículo *números naturais* deste curso. São elas:

Tarefa 3

Usando as idéias de comparação de coleções e contagem dos elementos de cada coleção, elabore uma atividade de ordenação de números naturais para os alunos.

Tarefa 4

Elabore uma atividade lúdica de ordenação de números naturais na reta numérica.

No portfólio estaria armazenado o produto final das atividades. No processofólio estariam sendo armazenadas as tentativas para chegar ao final da atividade.

Este exemplo esclarece sobre diferença entre os dois termos. Nós estaremos utilizando apenas o termo portfólio por entendermos que engloba o outro. Fica a critério do professor ou da professora a construção de portfólios que contemplem atividades processuais ou não. Adiantamos que as atividades processuais se constituem em uma grande fonte de informações que os alunos nos dão sobre o desenvolvimento de seu pensamento, assim como sobre suas estratégias para compreender Matemática.

E a avaliação formal que a escola exige que façamos, como se dá, nesse caso?

Como o objeto da avaliação em Matemática não é apenas a nota – avaliação final – deve-se avaliar o processo dos alunos no desenvolvimento de suas atividades. É esta avaliação de processo que permite saber se o aluno compreendeu ou, em outras palavras, se construiu idéias matemáticas, se os seus erros refletem dificuldades parciais ou se não passam de distração.

Cumpre reforçar que a avaliação está, necessariamente, atrelada aos objetivos que se tem ao ensinar e as atividades propostas vão ao encontro desses objetivos. Portanto, ao avaliarmos o desenvolvimento dos alunos ao realizarem atividades programadas, devemos nos reportar aos objetivos tidos ao iniciá-las e às possíveis mudanças de rumo que tiverem ocorrido.

Atividade 1

Liste atividades que você desenvolverá este mês em sua sala de aula real, a partir de seu planejamento. Construa um quadro segundo o modelo abaixo.

Conteúdo matemático	Objetivo	Atividade prevista	Objetivo da atividade prevista	Como propôs didaticamente a atividade	Soluções esperadas de sua parte

Construa portfólios com a totalidade de sua turma e, para esta atividade, escolha os portfólios de cinco alunos. Acompanhe-os detalhadamente durante todo o tempo e construa o SEU portfólio com observações sobre o processo destes alunos na elaboração dos seus portfólios. Ou seja, VOCÊ estará fazendo o SEU portfólio com as SUAS observações sobre ELES fazendo os portfólios DELES.

O que fazer com estas constatações?

O que favoreceu a aprendizagem, você aprimora, aperfeiçoa e investe. O que estagnou, você modifica, evitando a repetição dos mesmos problemas. Os erros podem ser identificados enquanto estão ocorrendo e não apenas depois, quando já são fato consolidado. E mais, a reflexão sobre os fatos observados se constitui em momentos de estudos do professor, se este se dedica a interpretar os dados coletados.

Se, durante sua atividade, em uma unidade temática de conteúdo, você perceber que está havendo problema, você pode estar incrementando suas aulas de modo a superar dificuldades antes que elas se tornem "resultado negativo" por parte dos alunos. O que se quer dizer com isso? Que portfólios possibilitam que você acompanhe em tempo real o desenvolvimento de seus alunos e monitore o andamento de suas atividades no ano letivo.

Atividade 2

Considerando os dados registrados no quadro, durante um mês, construa o "boletim" de anotações destes alunos. Faça-o do modo como faz em sua escola. Se for por meio de notas ou de conceito, lance a nota ou o conceito e justifique detalhadamente o porquê da mesma. Se for por meio de outros instrumentos, como parecer descritivo, por exemplo, faça-o também justificando.

Atividade 3

Retome o quadro e as anotações da atividade anterior. Reflita sobre as anotações efetivadas. Construa um novo quadro com as soluções esperadas de sua parte e os modos de desenvolvimento apresentados pelos alunos. A seguir elabore um texto sobre suas reflexões acerca dos dados obtidos indicando possíveis modificações na sua ação didática e procedimentos que você manterá. É preciso que você justifique detalhadamente no texto suas escolhas.

Soluções previstas de sua parte	Modos de desenvolvimento apresentados pelos alunos

Observação: Na seqüência deste fascículo você construirá outro portfólio.

Será para estudar sobre registros no processo de avaliação de aprendizagem. Indicações sobre a atividade virão a seguir.

Atividade 4

Esta atividade tem duas etapas e pode ser realizada entre os professores e as professoras de sua escola ou entre os que estão participando deste curso. Decidam entre vocês e com o tutor o melhor modo de realizá-la.

Etapa 1: Organizem um grupo de pelo menos cinco professores e troquem seus portfólios entre si, de modo que cada um leia os dos demais. Elaborem um texto comparativo entre os portfólios. Para tal identifiquem os conteúdos matemáticos desenvolvidos e as estratégias de resolução dos alunos, comparem, analisem cada um, observem em que são semelhantes e descrevam detalhadamente os que se diferenciam. Uma sugestão é que vocês elaborem um quadro que lhes permita visualizar os conteúdos e as respectivas estratégias.

Etapa 2: Troquem os textos elaborados entre si. Leiam atentamente os demais textos e escrevam outro texto – como se fosse uma carta para um colega - explicitando a contribuição de cada um para a melhoria de sua prática.

2. Vamos falar sobre registros

É comum falar-se de registros que **professores ou professoras** fazem. Aqui, vamos ver possibilidades de avaliar a aprendizagem dos alunos por meio dos registros que OS ALUNOS fazem.

O que são registros? São modos como os alunos expressam o movimento da aprendizagem. Os alunos constroem conhecimentos matemáticos ao desenvolverem atividades. Enquanto falam, desenham e escrevem, eles estão expressando idéias, refletindo sobre suas próprias palavras e as dos colegas, estabelecendo relações. Podemos utilizar os registros orais, os pictóricos e os escritos.

Para estudar sobre registros no processo de avaliação de aprendizagem, construa um portfólio. Esta atividade será finalizada ao término deste módulo.

O registro oral possibilita a você compreender como o aluno está desenvolvendo seu pensamento e que estratégias está elaborando na resolução de uma situação matemática. O registro oral como possibilidade avaliativa transcende o diálogo natural de sala de aula. Torna-se possibilidade avaliativa quando você observa intencionalmente esta fala. Em outras palavras, quando você está prestando atenção, analisa a manifestação oral de seu aluno, faz SEUS REGISTROS (para, por exemplo, anexar a seu portfólio), e acompanha a evolução das idéias manifestadas por eles.

O registro oral permite que você "entenda" o que seu aluno está pensando. Ao entender, muitas vezes, você observa que o aluno resolveu uma situação matemática de outro modo que o esperado por você, porque ele disse como fez. Permite também observar que errou, mas que este erro não evidencia o desconhecimento do todo em relação ao conteúdo em estudo.

Atividade 5

Durante a próxima aula que você for ministrar, anote cinco erros cometidos de modos diferentes por seus alunos. Peça para estes alunos explicarem o modo como fizeram esta atividade e por que fizeram desta forma. Anote estas explicações e observe muito bem o que os alunos disseram, reflita sobre sua prática docente em função destas respostas. Escreva sua avaliação para cada caso.

Na próxima aula, organize a turma em grupos e peça para cada grupo discutir as "elaborações" dos colegas. Para isto, utilize a técnica de atividade em grupo que lhe é usual e construa uma atividade. Por exemplo: Solicite que expliquem o que está errado e construam uma solução para o problema apresentado.

A seguir, peça que cada grupo apresente sua proposta para os demais colegas e faça um debate entre os grupos.

Organizando seu portfólio: O que fará parte de seu portfólio? Escreva!

Organizando portfólios dos alunos: O que os alunos colocarão em seus portfólios?

Atividade 6

Utilize, para fins de registro, a atividade Tarefa Individual 10 proposta no fascículo *números naturais* deste curso. Esta atividade está inserida na parte 2 e refere-se ao contexto preparatório para a compreensão das operações de adição e subtração.

Tarefa 10: Crie um jogo envolvendo a idéia de juntar e que possa ser desenvolvido na área externa de sua escola, envolvendo a participação corporal da criança.

Com certeza, haverá ricas manifestações orais, todas reveladoras do pensamento das crianças. Observe atentamente tais falas e anote o maior número possível delas.

Se não estiver trabalhando com este conteúdo, aproveite outra atividade sugerida nos fascículos que propicie a observação e o registro das manifestações orais.

Sugestão: Se você tiver a oportunidade de ter alguém em sua sala de aula – co-regente, estagiário, colega de outro turno – esquematize com ele um modo de coletar o maior número possível de registros. Se lhe for possível gravar, grave.

A seguir, organize as "falas", analise-as e responda as seguintes questões: O que elas revelam? Estão os alunos compreendendo do modo como você previu que ocorresse? Justifique! Que falas indicam quem está e quem não está compreendendo? Justifique e exemplifique! A atividade está possibilitando o atingimento de seu objetivo? Levando em conta os registros, expresse formalmente por meio de nota/conceito ou outro modo a aprendizagem dos alunos.

Organizando seu portfólio: O que fará parte de seu portfólio? Escreva!

Organizando portfólios dos alunos: O que os alunos colocarão em seus portfólios?

Observe que, muitas vezes, as crianças estão aprendendo, mas a atividade não está atrelada a um objetivo específico. Neste caso, o objetivo é o de construir a idéia de juntar no contexto das operações de adição e subtração. Logo, na atividade anterior, o que se pede é verificar se as manifestações orais revelam o alcance deste objetivo, ou seja, mesmo que esteja havendo aprendizagem, se este objetivo está sendo atingido.

Agora vamos seguir para os registros escritos e depois continuaremos com esta atividade.

O registro escrito refere-se à palavra escrita de seu aluno. Vamos, aqui, focar a avaliação do processo de aprendizagem em anotações que eles fazem ao desenvolverem atividades e em textos que eles elaboram. Se os textos são atividades formais e conclusivas, os rascunhos evidenciam caminhos que os alunos estão trilhando para chegar ao conhecimento. Estes rascunhos são fonte preciosa para se avaliar a aprendizagem.

Atividade 7

A partir da atividade 7 utilize as anotações das manifestações orais e elabore duas situações-problema para os alunos resolverem por escrito. Após a realização do trabalho do aluno, analise as propostas apresentadas e anote as diferentes soluções. Analise as estratégias utilizadas pelos alunos e elabore um texto sobre suas observações.

Organizando seu portfólio: O que fará parte de seu portfólio? Escreva!

Organizando portfólios dos alunos: O que os alunos colocarão em seus portfólios?

Peça que os alunos não apaguem seus registros nem seus borrões. Crie uma situação confortável em sala de aula, de modo que eles fiquem a vontade e achem “interessante” seus borrões. As crianças tendem a apagar rapidamente o que escrevem em seus cadernos a qualquer movimento do professor ou da professora. Estes borrões podem lhe indicar tentativas, descaminhos, distração, dificuldade. Os dados revelados nos borrões podem servir para elementos de interpretação de como cada aluno está construindo a sua aprendizagem.

O registro pictórico é o que se dá por meio do desenho das crianças. Diferente do desenho artístico em que o aluno dá asas à imaginação sem compromisso com conteúdo específico. O registro pictórico permite ao aluno representar seu conhecimento durante a atividade. Nos Anos Iniciais, fornece pistas sobre o pensamento das crianças e retrata as estratégias de resolução de situações matemáticas. Eis outra modalidade de registro que possibilita a avaliação de aprendizagem em Matemática.

Atividade 8

Peça aos alunos para representarem por meio de desenhos o que estão entendendo sobre esta idéia matemática que está sendo trabalhada. Analise os registros. O que eles indicam para você?

<u>Organizando seu portfólio:</u> O que fará parte de seu portfólio? Escreva!

<u>Organizando portfólios dos alunos:</u> O que os alunos colocarão em seus portfólios?

Você pode deter-se a analisar e refletir sobre cada uma das modalidades de registro que estamos apresentando. No entanto, é no conjunto deles que se tem as maiores possibilidades de acompanhar a aprendizagem do aluno. Escrever, falar sobre o que está gerando a escrita e representar pictoricamente são três âmbitos conjugados de uma mesma faceta que devem ser articulados, de modo que um instrumentalize o outro. Por exemplo, o registro oral pode oferecer-lhe a explicação de que você precisa para entender mais detalhadamente o pictórico. O aluno, ao explicar o que fez, revela o modo como está processando informações e as conexões que lhe são lógicas.

Atividade 9

Para finalizar o seu portfólio, selecione, entre as atividades realizadas, uma na qual você possa identificar os três formatos de registro obtidos. Analise as relações existentes entre os registros e escreva um texto sobre as relações observadas. Como nas atividades anteriores, formalize sua avaliação, justificando-a detalhadamente.

Organizando seu portfólio: O que fará parte de seu portfólio? Escreva!

Organizando portfólios dos alunos: O que os alunos colocarão em seus portfólios?

Analisando portfólios

Observe seu portfólio, analise suas observações – da primeira à última! Observe o portfólio de cinco alunos.

Retome as avaliações que você foi efetivando durante este estudo. Agora, estabeleça uma “avaliação final” para seus alunos em função da análise dos portfólios deles e do seu.

Atividade 10

Por meio da análise do conteúdo dos portfólios de seus alunos e das observações do seu, imagine que você vai escrever uma carta para a professora que vai substituí-lo durante um mês em sua sala de aula. Nesta carta, você precisa elaborar um parecer sobre sua sala de aula, sobre os conteúdos que ministrou e o que ela ministrará. Você exemplificará seus argumentos com os dados e reflexões de cinco alunos.

É senso comum que o professor ou a professora deve refletir sobre sua prática. Ninguém duvida dessa afirmação. No entanto, a reflexão pela reflexão pode não levar a um resultado profícuo. Freitas (2002, p.03) relata em suas pesquisas que:

em algumas situações essa reflexão é desencadeada a partir de um acontecimento específico ocorrido em determinado momento e que exige do professor reorganizar a sua ação naquele exato momento. [...] De outra forma, que pareceu não ser comum, foi possível perceber que esta “reflexão na ação” enquanto intenção deliberada de uma professora em estar atenta

durante todo o tempo do trabalho para elementos que lhes permitam repensá-lo na direção de uma maior aprendizagem dos alunos.

Tal afirmação parece validar a contribuição de portfólios como instrumento de avaliação. Registros, em suas diferentes naturezas, permitem a observação de etapas de aprendizagem e o desvelamento do pensamento dos alunos. Por isso oferecemos tais elementos neste fascículo.

Parte 3: Avaliação como forma de inclusão

Para ampliar a discussão da avaliação, focamos o tema no contexto da educação especial, trazendo um depoimento de uma professora coordenadora pedagógica. A professora Maria Janete Soligo Baldissera traz uma situação vivenciada por ela e propõe questões para você refletir, escrever e, num próximo encontro, debater num grupo de estudos.

A avaliação sob um olhar especial

Todos os nossos alunos são merecedores de nosso olhar especial, visto considerarmos suas especificidades e subjetividades. Todavia, ao se tratar de sujeitos com necessidades educacionais especiais, esse olhar toma, ainda, uma outra dimensão. E como falar deste "olhar", quando se trata de sistematizá-lo por meio de uma avaliação?

Tenho presenciado e vivenciado algumas situações que põem educadores em profunda angústia e conflito quando se trata de avaliar esses alunos. Em especial, gostaria de trazer o relato de alguns desses momentos, como coordenadora pedagógica, tomando como exemplo o aluno Marcos[3].

Marcos tinha como diagnóstico de especialistas da medicina, paralisia cerebral em decorrência de anoxia perinatal, provocando-lhe dificuldades de ordem motora (física). Assim, tudo o que realizava (falar, escrever, arrumar seu material), o fazia com certa dificuldade e lentidão. No entanto, mostrava-se muito participativo em aula, dando opiniões, partilhando idéias, estudando.

Após freqüentar uma classe especial, Marcos ingressou numa 1ª série do ensino regular, com idade bastante diferenciada da de seus colegas. Com histórico de muitas reprovações, chegou à 4ª série, com 17 anos de idade. Obviamente, os interesses de um adolescente nesta idade são muito distintos dos de crianças de dez anos. Mesmo percebendo que Marcos estava "descontextualizado" em sua turma, seus professores insistiam em que ele não avançasse, pois temiam que não daria conta do conteúdo das séries subseqüentes. Não raro se ouvia que Marcos, em relação aos seus colegas, era muito lento, não conseguia realizar todas as atividades propostas, enfim, raramente conseguia acompanhar a turma.

A posição dos professores, ao avaliar as construções de Marcos, vinha marcada pela comparação do que ele produzia em relação à produção de seus colegas. A partir daí, começamos a estudar a verdadeira proposta da inclusão que, primeiramente, deveria ser privilegiada pelo olhar e pelo "enxergar" das limitações desses sujeitos que, por serem físicas (ou mentais), as tornam muito evidentes numa escola e em qualquer contexto da sociedade. Quantas outras limitações encontram-se no anonimato em nossas salas de aula, por não se inscreverem nos aspectos físicos?

Passamos a ler, a estudar e a discutir sobre a inclusão. Enfim, passamos a ressignificá-la,

[3] Trata-se de um nome fictício.

considerando que esse “novo olhar” deveria passar por todas as pessoas que cercam esses sujeitos. Fazia-se urgente que assumíssemos, realmente, nossas responsabilidades frente a essa questão. Perguntamo-nos: Será que, para viver uma proposta de inclusão, basta garantir matrícula a sujeitos com necessidades educacionais especiais no ensino regular?

O que a escola e os professores têm condições de propor para oferecer educação a sujeitos com necessidades especiais?

Certamente a inclusão pressupõe muito mais do que, simplesmente, garantir-lhes vagas no ensino regular. É preciso querer e desejar que ela aconteça e entender que as necessidades são particulares e específicas de cada sujeito. E, na questão da avaliação, se cada sujeito é único, seria justo compararmos suas construções com as de seus colegas?

Como conseqüência da caminhada do grupo de professores e por sugestão deles próprios Marcos avançou, na metade do ano letivo em que cursava a 4ª série, para a 6ª série. Entendíamos que ele precisava conviver com adolescentes, cujos interesses se assemelhassem aos seus. Também, no grupo de 6ª série, ele seria bem acolhido, pois lá tinha alguns amigos em comum.

Convém esclarecer que alguns professores e professoras demoraram mais a engajar-se a essa proposta e, freqüentemente, entravam em conflito entre o avaliar das construções de Marcos a partir de suas condições (ele, a partir dele) e o avaliar comparando-o a seus colegas.

Houve momentos em que o professor ou a professora não sabia que convenção atribuir a Marcos, pois ele não tinha concluído qualquer trabalho avaliativo em sua disciplina. Havia certa dificuldade em entender que o seu tempo era diferente do de seus colegas e que, por isso, a forma de avaliá-lo deveria, também, ser diferenciada. Como exigir dele que realizasse **todas** as atividades propostas, se isso era humanamente impossível? Por que não considerar o que ele conseguia fazer, respeitando o seu tempo?

E você, já vivenciou situações em que não soube que convenção ou nota atribuir a um aluno por não ter uma “prova” concreta de suas construções? Como se sentiu? Que medidas você tomou a partir daí?

Como você avaliaria um aluno com necessidades educativas especiais? Que critérios você adotaria? No caso de Marcos que realizava as atividades com certa lentidão, como você o avaliaria? Que aspectos você contemplaria?

Cumpre colocar que o fracasso escolar de Marcos cedeu espaço e, hoje, com 21 anos de idade, ele cursa o 1º ano do Ensino Médio.

Referências Bibliográficas

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

ESTEBAN, Maria Teresa. *A avaliação no cotidiano escolar.* In: ______. (Org.). *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos*. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

FISS, Ana Jovelina L.; CALDEIRARO, Ires P. *Planos de Estudos: o pensar e o fazer pedagógico*. Porto Alegre: Edicom, 2000.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da esperança: Um reencontro com a pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

FREIRE, Paulo; SCHOR, Ira. *Medo e ousadia: o cotidiano do professor.* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

FREITAS, Ana Lúcia de. *O registro como instrumento da prática profissional do “professor reflexivo”*. Educação. Porto Alegre, n° 40, p. 203-222, abril, 2002.

GUÉRIOS, Ettiène; ZIMER, Tânia T. Bruns; MEDEIROS JUNIOR, Roberto José. *A avaliação em Matemática nas Séries Iniciais*. Coleção Avaliação de Aprendizagem. Curitiba: Centro Interdisciplinar de Formação Continuada de professores da Educação Básica (CINFOP), 2005.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação mediadora: uma prática em construção – da pré-escola à universidade*. Porto Alegre: Educação e Realidade, 1993.

MORRO REUTER. *Regimento Escolar* – Escolas Municipais de Morro Reuter, 2002.

PERRENOUD, Philippe. *Não mexam na minha avaliação! Para uma abordagem sistêmica da mudança pedagógica.* In: ESTRELA, Albano; NÓVOA, António (Orgs.). *Avaliações em Educação: novas perspectivas*. Porto: Porto Editora, 1999.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro (Org.). *Projeto Político-Pedagógico da escola: uma construção possível*. Campinas, SP: Papirus, 1997.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

DAEB – Diretoria de Avaliação da Educação Básica

SAEB – Prova Brasil
Matriz de Referência da
4ª Série do Ensino Fundamental

Matemática

Brasília – 2008

Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB)

Coordenação-Geral do Banco Nacional de Itens

Introdução

A questão da qualidade e da eqüidade tem assumido, nos últimos anos, lugar de destaque nas discussões sobre políticas públicas de educação, ressaltando a importância do processo de avaliação, em todos os níveis, para a obtenção de informações sobre a realidade educacional no País.

No âmbito escolar, a avaliação realizada pelo professor, em sala de aula, é uma das etapas do processo ensino-aprendizagem. Diagnostica as necessidades, os interesses e os problemas dos alunos, permitindo aos professores e à escola acompanhar a construção do conhecimento pelo aluno, no início, durante e ao final do processo. Os resultados dessa avaliação subsidiam o professor tanto para planejar atividades de ensino mais adequadas, quanto para definir novos rumos.

A necessidade de obter informações mais gerais sobre a educação no País leva à adoção da avaliação de sistema. Essa avaliação utiliza procedimentos metodológicos de pesquisa, formais e científicos, que garantem sua confiabilidade, para coletar dados sobre o desempenho do aluno e as condições internas e externas que nele interferem.

A análise dos resultados do desempenho do aluno, nesse tipo de avaliação, permite verificar, por extensão, o desempenho da escola e dos sistemas de ensino, para fornecer informações que permitam a adoção de programas e projetos voltados à melhoria da qualidade educacional, uma vez que é função primordial da avaliação de sistema fornecer elementos para subsidiar políticas educacionais adequadas à realidade, em âmbito local, nacional e mesmo internacional.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e a Prova Brasil

Com a finalidade de fornecer aos gestores dos sistemas de ensino informações que subsidiem o processo de tomada de decisão e elementos para monitorar as políticas públicas de educação no País, surgiu, em 1990, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

O Saeb avalia o que os alunos sabem e são capazes de fazer em diversos momentos de seu percurso escolar, considerando as condições existentes nas escolas brasileiras. Para tanto, o Saeb utiliza instrumentos específicos: provas aplicadas a alunos de escolas selecionadas, por meio das quais é medido o desempenho acadêmico dos mesmos; questionários, pelos quais são investigados os fatores intra e extra-escolares associados ao desempenho dos alunos. Por isso, as informações do Saeb permitem a identificação e a análise de aspectos que contextualizam o processo de ensino-aprendizagem em que foram obtidos os resultados de desempenho. Tais dados são levantados por meio da aplicação de questionários aos professores, aos diretores e aos alunos.

Para atingir os objetivos a que se propõe, o Saeb avalia, a cada dois anos, o desempenho cognitivo dos alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e de 3ª série do Ensino Médio, assim como os fatores associados a esse desempenho. As informações resultantes desses levantamentos permitem, então, fazer associações, correlações, análises e estudos que oferecem um quadro da realidade educacional brasileira.

Desde 2005, foi acrescida ao sistema de avaliação a chamada Prova Brasil, cujo nome oficial é Avaliação Nacional do Rendimento Escolar. Assim, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), conforme estabelece a Portaria n.º 931, de 21 de março de 2005, passa a ser composto por dois processos: o de Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e o de Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc).

A Aneb é realizada por amostragem das Redes de Ensino em cada Unidade da Federação e foca as gestões dos sistemas educacionais. Por manter as mesmas características, a Aneb ainda recebe o nome do Saeb em suas divulgações; a Anresc é mais extensa e mais detalhada que a Aneb, pois foca cada unidade escolar. Por seu caráter universal, a Anresc recebe o nome de Prova Brasil em suas divulgações e é aplicada a todas as escolas públicas urbanas brasileiras, com mais de 20 alunos na série avaliada.

As Matrizes de Referência do SAEB / Prova Brasil

A realização de uma avaliação de sistema com amplitude nacional, para ser efetiva, exige a construção de uma matriz de referência que dê transparência e legitimidade ao processo de avaliação, informando aos interessados o que será avaliado. As matrizes descrevem o objeto da avaliação, são um referencial curricular mínimo a avaliar em cada disciplina e série, informando as competências e habilidades esperadas dos alunos.

Torna-se necessário ressaltar que as matrizes não englobam todo o currículo escolar. É feito um recorte com base no que possa ser aferido por meio do tipo de instrumento de medida utilizado no Saeb e na Prova Brasil e que, ao mesmo tempo, seja representativo do que está contemplado nos currículos vigentes no Brasil.

Assim compreendidas, as matrizes não podem ser confundidas com procedimentos, estratégias de ensino ou orientações metodológicas nem com conteúdo para o desenvolvimento do trabalho do professor em sala de aula. Esses elementos estão presentes nos guias ou propostas curriculares dos sistemas de ensino.

As matrizes têm por referência os Parâmetros Curriculares Nacionais mas foram construídas a partir de uma consulta nacional aos currículos propostos pelas Secretarias Estaduais de Educação e por algumas redes municipais. O INEP consultou também professores regentes das redes municipal, estadual e privada, de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e, ainda, examinou os livros didáticos mais utilizados para essas séries, nas mesmas redes.

As matrizes de referência são a base para a elaboração dos itens dos testes do Saeb e da Prova Brasil. Reitere-se que Item é a denominação adotada para as questões que compõem a prova. Essa nomenclatura deve-se ao entendimento de que o termo item se refere a questões que abordam, com preponderância, uma única dimensão do conhecimento.

Cada matriz de referência apresenta tópicos ou temas que, com descritores, indicam as habilidades de Língua Portuguesa e de Matemática a serem avaliadas. O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno que traduzem certas competências e habilidades. Essa associação apresenta um resultado que é a matéria-prima a partir da qual é possível elaborar um item de prova. As respostas dadas pelos alunos a esses itens possibilitam a descrição do nível de desempenho por eles atingido. A partir daí, é dado conhecer o desempenho dos sistemas de ensino.

A preocupação com a articulação interna entre descritores e itens das provas, com vista à sua coerência e à sua consistência, foi determinada pelo objetivo de avaliar, com mais rigor, o que os alunos realmente sabem e o que lhes falta alcançar a cada etapa conclusiva de nível ou ciclo de escolarização.

A Matriz de Referência de Matemática

Ao contrário da simples reprodução de procedimentos e do acúmulo de informações, a matriz de referência que norteia as provas de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o FOCO RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. A resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Essa Matriz, como já foi dito anteriormente, diferentemente do que se espera de um currículo, não traz orientações ou sugestões de como trabalhar em sala de aula, tampouco sugere progressão e hierarquia de conteúdos. Além disso, não menciona certas habilidades e competências que, embora sejam importantes, não podem ser medidas por meio de uma prova escrita. Em outras palavras, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb e da Prova Brasil sofre as limitações do tipo de instrumento (prova) utilizado na medição do desempenho. Sob esse aspecto, parece também ser evidente que o desempenho dos alunos em uma prova com questões de múltipla escolha não fornece ao professor indicações de todas as competências desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Assim sendo, não é válido explicitar competências relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Um exemplo: o conteúdo “utilizar procedimentos de cálculo mental”, que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apesar de indicar uma importante capacidade que deve ser desenvolvida ao longo de todo o ensino fundamental, não tem, nessa Matriz, um descritor correspondente.

Um outro exemplo de descritor que não poderá ser exatamente contemplado em uma prova composta de itens de múltipla escolha é “construir representações gráficas tais como listas, tabelas e gráficos”. Por meio desse tipo de instrumento, seria possível apenas verificar, por exemplo, se o aluno identifica, dentre as alternativas, o gráfico (ou a tabela) que representa adequadamente os dados de um problema.

A partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma habilidade (constante em um descritor) quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização / aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, a prova busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno.

Por problemas significativos para o aluno, entendem-se situações que permitam “recontextualizar” os conhecimentos que foram apresentados a ele de forma “descontextualizada”, por ocasião de seu processo de aprendizagem. Essa opção pela resolução de problemas significativos não exclui totalmente a possibilidade da proposição de alguns itens com o objetivo de avaliar se o aluno tem domínio de determinadas competências matemáticas. Por fim, convém relembrar que os conhecimentos e competências matemáticas indicadas nos descritores da matriz de referência de Matemática estão presentes, de forma consensual, nos currículos das Unidades da Federação e nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Esses descritores são apresentados em três níveis: 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

As Matrizes de Referência de Matemática são apresentadas em duas dimensões. Em uma dimensão são expressos os temas relacionados a cada área do conhecimento e, em outra, são descritas as habilidades a serem desenvolvidas ao longo de cada ciclo, e que resultam nos descritores avaliados nos testes. São quatro os temas da matriz de Matemática:

I – Espaço e Forma;

II – Grandezas e Medidas;

III – Números e Operações /Álgebra e Funções; e

IV – Tratamento da Informação.

Os descritores relacionados aos tópicos são variados, de modo a cobrir todo o conteúdo ensinado. A seguir, são relacionados os temas e os descritores a eles relacionados para a matriz de 4ª série do Ensino Fundamental. São feitos, também, alguns comentários e apresentados alguns exemplos de itens.

Matriz de Referência de Matemática do Saeb-Prova Brasil: Temas e seus Descritores – 4ª Série do Ensino Fundamental

I. Espaço e Forma

D1 – Identificar a localização /movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.

D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.

D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).

D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

II. Grandezas e Medidas

D6 – Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.

D7 – Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.

D8 – Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.

D9 – Estabelecer relações entre o horário de início e término e /ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.

D10 – Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.

D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

III. Números e Operações /Álgebra e Funções

D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica.

D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.

D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.

D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

D19 –Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).

D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

IV. Tratamento da Informação

D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.

D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

Matriz de Matemática de 4ª série
Comentários sobre os Temas e seus Descritores
Exemplos de itens

Tema I – Espaço e Forma

A compreensão do espaço com suas dimensões e formas de constituição é elemento necessário para a formação do aluno na fase inicial de estudos de geometria. Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada e concisa, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, estimulando a criança a observar, perceber semelhanças, diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Ao concluir a 4ª série, o aluno deve conseguir observar que o espaço é constituído de três dimensões: comprimento, largura e altura. Deve também observar que uma figura geométrica é constituída de uma, duas ou três dimensões, identificando algumas propriedades e estabelecendo classificações. A identificação de uma localização ou deslocamento, a percepção de relações dos objetos no espaço com a utilização do vocabulário correto são, também, noções importantes para essa fase de aprendizagem do aluno.

As habilidades relacionadas aos descritores do tema Espaço e Forma são comentadas a seguir, considerando-se o que é avaliado nos testes do Saeb e da Prova Brasil.

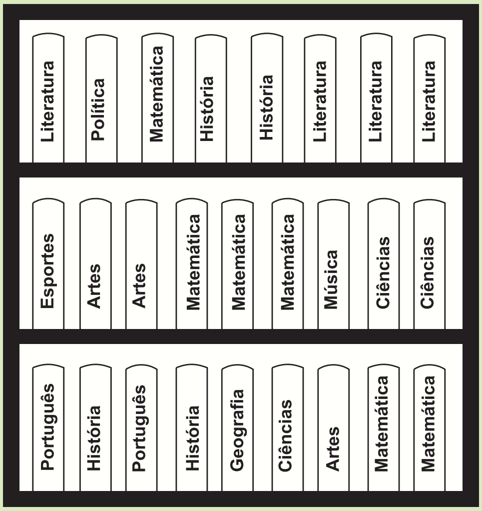
D1 – Identificar a localização/movimentação de objeto, em mapas, croquis e outras representações gráficas.

As habilidades que podem ser avaliadas por este descritor referem-se ao reconhecimento, pelo aluno, da localização e movimentação por meio da descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, sob diferentes pontos de vista.

Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema, nas quais é considerado o contexto real da vida cotidiana do aluno. Dessa forma, os itens abordam noções básicas de localização ou movimentação tendo como referência algum ponto inicial em croquis, itinerários, desenhos de mapas ou representações gráficas, utilizando um único comando ou uma combinação de comandos (esquerda, direita, giro, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto). É também avaliado o uso adequado da terminologia usual referente a posições. Por exemplo, é solicitado ao aluno que ele identifique a posição de pessoas em uma figura, dada uma referência; ou que ele reconheça e relate um trajeto mais perto para ir a um determinado lugar, posicionando-se (direita, esquerda, em frente). A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Considere, no desenho abaixo, as posições dos livros numa estante:



Você está de frente para essa estante. O livro de Música é o terceiro a partir da sua

(A) esquerda na prateleira do meio.

(B) direita na prateleira de cima.

(C) esquerda na prateleira de cima.

(D) direita na prateleira do meio.

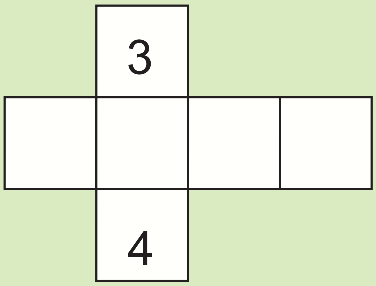
D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

Por meio deste descritor podem-se avaliar habilidades relacionadas à capacidade de o aluno diferenciar um sólido com faces, arestas e vértices (poliedro) de corpos redondos (cilindro, cones e esferas), pelas suas características. Essa distinção é feita a partir da visualização dos objetos que os representam, com base no reconhecimento de cada componente (faces, arestas, vértices, ângulos), tanto do poliedro quanto dos corpos redondos, considerando-se também a forma planificada dos respectivos sólidos.

Com respeito a planificações é importante que o aluno tenha em mente que a esfera não tem uma planificação, ou seja, não é possível cortá-la e depois tentar colocá-la no plano sem deformar, esticar ou dobrar. Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas, que envolvem a composição e decomposição de figuras, reconhecimento de semelhanças e diferenças entre superfícies planas e arredondadas, formas das faces, simetrias, além do reconhecimento de elementos que compõem essas figuras (faces, arestas, vértices, ângulos). Por exemplo, nos testes, solicita-se que o aluno identifique entre algumas figuras aquelas que possuem faces circulares, ou as que representam uma esfera; ou que identifique a forma de um cubo desmontado, entre outros. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Os alunos da 4ª série estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de matemática. Eles utilizam o molde abaixo, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces paralelas.



Sabendo que no dado a soma dos números em duas faces paralelas quaisquer totaliza sempre 7, que algarismos deverão estar escritos nas faces vazias?

(A)	1	2	5	6
(B)	2	1	6	5
(C)	2	5	1	6
(D)	**1**	**2**	**6**	**5**

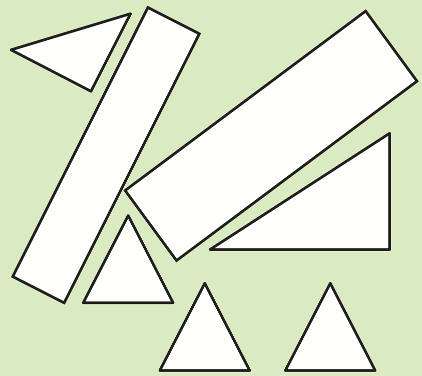
D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se ao reconhecimento, pelo aluno, de um polígono (figura formada pela união de segmentos de reta fechada), classificando-o pela quantidade de lados, que terá, por sua vez, a mesma quantidade de ângulos. Além disso, o aluno deve observar que os polígonos podem ser regulares (têm os lados e os ângulos congruentes), ou não regulares (não têm lados e ângulos congruentes), e no caso dos triângulos, a classificação deve ser feita quanto aos lados e aos ângulos.

Essas habilidades são avaliadas nos testes do Saeb e da Prova Brasil por meio de contextos, nos quais é solicitado ao aluno identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. Exploram-se, também, características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados; e, ainda, composição e decomposição de figuras planas; identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares e ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Joana usou linhas retas fechadas para fazer este desenho:



Quantas figuras de quatro lados foram desenhadas?

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

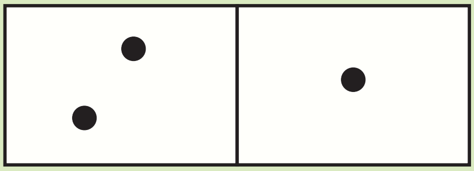
D4 – Identificar quadriláteros, observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno perceber, apenas conceitualmente, as diferenças entre os quadriláteros. Por meio de figuras, ele deve ser capaz de reconhecer as características próprias dos quadriláteros e perceber que um quadrilátero satisfaz as definições do retângulo e do losango; que um paralelogramo satisfaz as definições do trapézio; e que tanto o losango quanto o retângulo satisfazem a definição do paralelogramo. Pela visualização ele deve identificar, ainda, as definições dos respectivos quadriláteros.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, nas quais o aluno seja capaz de identificar características próprias das figuras quadriláteras, de acordo com a posição dos lados: lados paralelos, perpendiculares e concorrentes. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

A face superior das peças de um jogo de dominó tem formato de um quadrilátero. Observe um exemplo:



Qual o quadrilátero que melhor caracteriza a face superior da peça de um jogo de dominó?

(A) Trapézio

(B) Quadrado

(C) Retângulo

(D) Losango

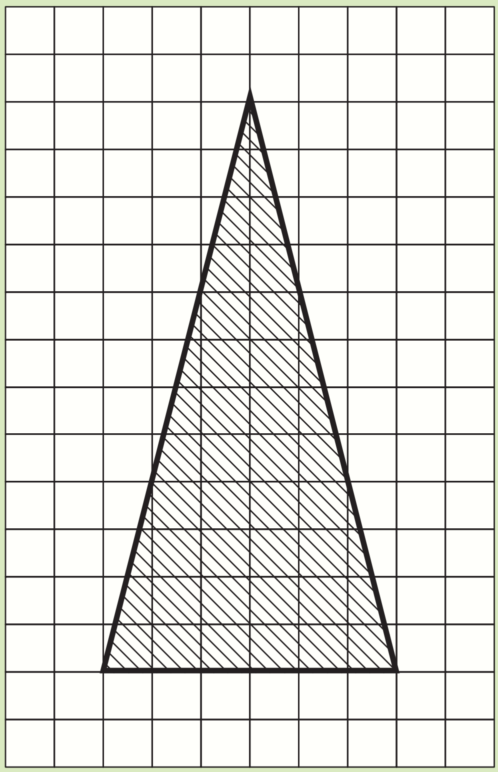
D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno conceituar perímetro e área de um polígono com o apoio de malhas quadriculadas. O desenvolvimento dessa habilidade implica que o aluno realize ampliações ou reduções de uma figura poligonal fechada ou a sua transferência de um lugar a outro, sua modificação, ou ainda a realização de um giro da posição do polígono.

Essa habilidade é avaliada por meio de problemas do cotidiano nos quais é solicitado ao aluno que observe a ampliação ou a redução de figuras planas por meio do uso de malhas quadriculadas, e que observe também a conservação ou modificação de medidas, considerando-se o perímetro ou a área dessas figuras. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

A figura mostra o projeto original da árvore de natal da cidade em que Roberto mora. Como consideraram a árvore muito grande, fizeram um novo projeto, de modo que suas dimensões se tornaram 2 vezes menores que as do projeto original.



Para o novo projeto, as dimensões foram

(A) multiplicadas por 2.

(B) divididas por 2.

(C) subtraídas em duas unidades.

(D) divididas por 4.

Tema II – Grandezas e Medidas

A comparação de grandezas de mesma natureza que dá origem à idéia de medida é muito antiga. Afinal, tudo o que se descobre na natureza é, de alguma forma, medido pelo homem. Assim, por exemplo, a utilização do uso de partes do próprio corpo para medir (palmos, pés, polegadas) pode ser uma estratégia inicial para a construção das competências relacionadas a esse tema porque permite a reconstrução histórica de um processo em que a medição tinha como referência as dimensões do corpo humano, além de destacar aspectos curiosos como o fato de que, em determinadas civilizações, as medidas do corpo do rei eram tomadas como padrão.

Para certas aplicações, foram utilizadas medidas que com o tempo tornaram-se convencionais. A velocidade, o tempo e a massa são exemplos de grandezas para as quais foram convencionadas algumas medidas. Desse modo, é importante que os alunos reconheçam as diferentes situações que os levam a lidar com grandezas físicas, para que identifiquem que atributo será medido e o que significa a medida.

Os fundamentos deste tema, e as competências a ele relacionadas, que são esperadas de um aluno até o término da 4ª série, dizem respeito à compreensão de que podem ser convencionadas medidas ou, de que podem ser utilizados sistemas convencionais para o cálculo de perímetros, áreas, valores monetários e trocas de moedas e cédulas.

As habilidades relacionadas aos descritores do tema Grandezas e Medidas são comentadas a seguir.

D6 – Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno lidar com unidades de medida não-convencionais, como, por exemplo, usar um lápis como unidade de comprimento, ou um azulejo, como unidade de área, e para lidar com medidas adotadas como convencionais como metro, quilo, litro, etc.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema, contextualizadas, que requeiram do aluno identificar grandezas mensuráveis que ocorrem no seu dia-a-dia, convencionais ou não, relacionadas a comprimento, massa, capacidade, superfície, etc. Por exemplo, solicita-se ao aluno que, considerando-se a medida de um lápis em cm, e considerando-se, ainda, que determinado objeto mede tantos lápis, que ele indique, em cm, a medida do objeto. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

O carro de João consome 1 litro de gasolina a cada 10 quilômetros percorridos. Para ir da sua casa ao sítio, que fica distante 63 quilômetros, o carro consome

(A) um pouco menos de 6 litros de gasolina.
(B) exatamente 6 litros de gasolina.
(C) um pouco mais de 6 litros de gasolina.
(D) exatamente 7 litros de gasolina.

D7 – Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como Km /m/ cm / mm, Kg /g / mg, l / ml.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno solucionar problemas por meio do reconhecimento de unidades de medidas padronizadas usuais (metro, centímetro, grama, quilograma etc.). Ele deve resolver problemas envolvendo transformações de unidades de medida de uma mesma grandeza, sem, no entanto, exagerar no trabalho com conversões desprovidas de significado prático (quilômetro para milímetro, por exemplo).

Essa habilidade é avaliada por meio de problemas contextualizados que requeiram do aluno a compreensão da ordem de grandeza das unidades de medida, e o reconhecimento da base dez como fundamento das transformações de unidades. Nos testes do Saeb e da Prova Brasil solicita-se ao aluno, por exemplo, que ele identifique quanto representa em litros, 6 garrafas de 600 ml; ou, dada uma distância em metros, qual a distância em km. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela cabia 27 vezes no comprimento da mesa. Ele multiplicou esses valores e encontrou 540 cm. Em metros, o comprimento da mesa é de

(A) 0,54 m.

(B) 5,4 m.

(C) 54 m.

(D) 540 m.

D8 – Estabelecer relações entre unidades de tempo.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno compreender, relacionar e utilizar as medidas de tempo realizando conversões simples, como, por exemplo, horas para minutos e minutos para segundos.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, que requeiram do aluno utilizar medidas de tempo constantes nos calendários como milênio, século, década, ano, mês, quinzena, semana, dia, hora, minuto e segundo. Por meio de circunstâncias concretas relacionadas ao seu cotidiano, espera-se que o aluno utilize medidas de tempo e realize conversões simples, relacionadas a horas, minutos e segundos, como no exemplo seguinte.

Exemplo:

Faltam 31 dias para o aniversário de João. Quantas semanas completas faltam para o aniversário dele?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

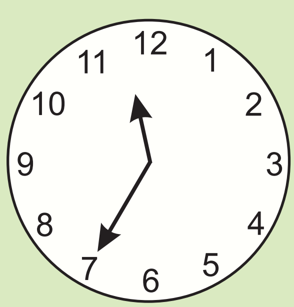
D9 – Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno realizar estimativas do tempo de duração de um evento, a partir do horário de início e de término. Também, de maneira inversa, a partir do conhecimento do tempo ou do horário de início de um evento, solicita-se ao aluno calcular o seu horário de encerramento.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, que requeiram do aluno calcular estimativas do tempo de duração de, por exemplo, um jogo de futebol, um filme ou uma novela. Devem ser exploradas as relações entre a hora e partes da hora em relógios e em tabelas de horários de aulas, recreios, ônibus, etc. Um exemplo do que é requerido nos itens em relação a esse descritor é a solicitação de que o aluno estime o horário de encerramento de um evento dado o seu horário de início, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

Quando Maria colocou um bolo para assar, o relógio marcava



O bolo ficou pronto em 30 minutos. Que horário o relógio estava marcando quando o bolo ficou pronto?

(A) 11 horas e 50 minutos

(B) 12 horas

(C) 12 horas e 5 minutos

(D) 12 horas e 10 minutos

D10 – Em um problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno realizar a troca de uma ou mais cédulas por outras cédulas menores ou por moedas, considerando-se os seus valores. O desenvolvimento dessa habilidade traz ao aluno a noção de convenção de valores que é atribuída a certos objetos. Como exemplo, a compreensão de que uma nota de dez reais equivale a duas notas de cinco, ou a cinco notas de dois reais, ou ainda a 10 notas de um real. Essa diferença de pedaços de papéis é devido a uma convenção e à relação entre os valores de um com os de outro e é estabelecida pelas operações matemáticas.

Esta habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, que requeiram do aluno estabelecer trocas entre cédulas e cédulas, cédulas e moedas, moedas e moedas, do Sistema Monetário Nacional, explorando vantagens e desvantagens dessas trocas, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

Maria, limpando a sua bolsa, encontrou as seguintes notas e moedas:

Quantos reais ela tinha na sua bolsa?

(A) R$ 9,00

(B) R$ 9,90

(C) R$ 10,10

(D) R$ 10,15

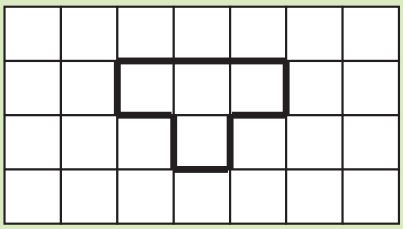
D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno resolver problemas, utilizando malhas quadriculadas, de diferentes formas, para encontrar o perímetro de figuras planas.

Essa habilidade é avaliada por meio da resolução de problemas contextualizados, que requeiram do aluno o cálculo do perímetro de uma figura plana, usando uma unidade especificada em uma malha quadriculada e comparando o contorno da figura com essa unidade. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

A parte destacada, na malha quadriculada abaixo, representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.



Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

(A) 4

(B) 6

(C) 8

(D) 10

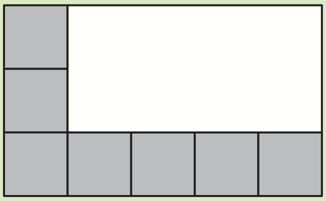
D12 – Resolver problemas envolvendo o cálculo ou estimativas de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno encontrar o valor ou fazer estimativa da área de figuras planas a partir de seu desenho em uma malha quadriculada. Um quadradinho ou meio quadradinho da malha pode ser usado como unidade de área.

Essa habilidade também é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, que requeiram do aluno comparar a unidade estabelecida na malha com a figura plana apresentada, para então poder calcular ou estimar o valor de sua área, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

O piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas 7 cerâmicas, como mostra a figura:



Quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?

(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 15

Tema III - Números e Operações / Álgebra e Funções

Este é o tema de maior prioridade para a Matemática ensinada na educação básica. Desde a mais tenra idade, sua utilidade é percebida pelas crianças, pois elas conhecem números de telefone, de ônibus, lidam com preços, numeração de calçado, idade, calendário, etc. Nessa fase, ou seja, até a 4ª série, aprender o significado dos números como saber matemático deve partir de contextos significativos envolvendo, por exemplo, o reconhecimento da existência de diferentes tipos de números (naturais, racionais e outros) e de suas representações e classificações (primos, compostos, pares, ímpares, etc.).

As atividades relacionadas a esse tema abordam a resolução de situações-problema que envolvam: 1) contagem, medidas, e significados das operações, utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando procedimentos de cálculo; 2) leitura e escrita de números naturais e racionais; 3) ordenação de números naturais e racionais na forma decimal, pela interpretação do valor posicional de cada uma das ordens; 4) realização de cálculos, por escrito, envolvendo números naturais e racionais (apenas na representação decimal) e noções de porcentagem (25%, 50% e 100%); e 5) comprovação dos resultados por meio de estratégias de verificação.

D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno explorar situações em que ele perceba que cada agrupamento de 10 unidades, 10 dezenas, 10 centenas etc., requer uma troca do algarismo do número na posição correspondente à unidade, dezena, centena etc., respectivamente. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Qual é o MAIOR número que você pode escrever usando os algarismos 8, 9, 1, 5 e 7 sem repeti-los?

(A) 91 875

(B) 98 715

(C) 98 751

(D) 97 851

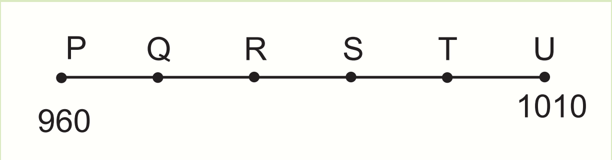
D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno compreender a representação geométrica dos números naturais em uma reta numerada, e também a representação como um conjunto de elementos ordenados, organizados em uma seqüência crescente que possui primeiro elemento, mas não tem último elemento.

Essa habilidade é avaliada por meio de problemas contextualizados, que requeiram do aluno completar na reta numérica uma seqüência de números naturais, com quantidade variada de algarismos, utilizando números com zeros intercalados e no final, e números com os mesmos algarismos em diferentes posições, como no exemplo seguinte.

Exemplo:

Na reta numérica a seguir, o ponto P representa o número 960 e o ponto U representa o número 1010.



Em qual ponto está localizado o número 990, sabendo que a diferença entre o valor de um ponto e o valor de outro ponto consecutivo é de 10 unidades?

(A) T

(B) S

(C) R

(D) Q

D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno decompor os números naturais em suas ordens: unidades, dezenas, centenas e milhares.

Essa habilidade deve ser avaliada por meio de problemas contextualizados, que explorem a decomposição numérica, como, por exemplo, saber que o número 324 comporta 3 centenas, 2 dezenas e 4 unidades. Os números usados nos problemas devem ser variados em magnitude e na colocação dos zeros, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

No número 10.060, o algarismo 6 ocupa a ordem da

(A) centena simples.

(B) dezena simples.

(C) unidade simples.

(D) dezena de milhar.

D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno decompor um número em uma soma de produtos.

Essa habilidade é basicamente avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, nas quais se requer que o aluno decomponha e recomponha os números, reconhecendo os seus valores como fatores, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

Uma escola recebeu a doação de 3 caixas de 1 000 livros, mais 8 caixas de 100 livros, mais 5 pacotes de 10 livros, mais 9 livros. Esta escola recebeu

(A) 3 589 livros.

(B) 3 859 livros.

(C) 30 859 livros.

(D) 38 590 livros.

D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

As habilidades a serem avaliadas relacionam-se à resolução, pelos alunos, de operações de adição e subtração com números naturais de mesma ordem ou de ordens diferentes, variando a quantidade de ordens, intercalando zeros e com zeros finais, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos, como no exemplo seguinte.

Exemplo:

Adriana vai fazer esta subtração:

679 – 38.

O resultado dessa operação será

(A) 299.

(B) 399.

(C) 631.

(D) 641.

D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à realização, pelos alunos, dos mais diferentes tipos de cálculos de multiplicação ou divisão, ou seja, multiplicar ou dividir números de quatro ou mais algarismos com números de um, dois ou três algarismos, com a presença de zeros, em cada ordem separadamente.

Essa habilidade é avaliada por meio de cálculos contextualizados, nos quais se requer que o aluno simplesmente calcule o resultado de operações de multiplicação ou divisão, exatas ou inexatas, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

Carlos fez a multiplicação abaixo, mas apagou o resultado.

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

Faça você também a conta. Qual é o resultado?

(A) 1265

(B) 1275

(C) 1295

(D) 1375

D19 – Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à resolução, pelo aluno, de diferentes situações que apresentam ações de: juntar, ou seja, situações associadas à idéia de combinar dois estados para obter um terceiro; alterar um estado inicial, ou seja, situações ligadas à idéia de transformação, que pode ser positiva ou negativa; de comparar, ou seja, situações ligadas à idéia de comparação; operar com mais de uma transformação, ou seja, situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa). Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas, que são exemplificadas a seguir, para cada situação:

Juntar:

– Em uma classe há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há nessa classe?

– Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?

Alteração de um estado inicial:

– Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação positiva).

– Pedro tinha 37 figurinhas. Ele perdeu 12 num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação negativa).

Comparar:

– No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais que Paulo. Quantas eram as figurinhas de Carlos?

– Paulo tem 20 figurinhas. Carlos tem 7 figurinhas a menos que Paulo. Quantas figurinhas tem Carlos?

Operar com mais de uma transformação:

– No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

– No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo ele perdeu 20 pontos e ganhou 7 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

Exemplo:

Numa fazenda, havia 524 bois. Na feira de gado, o fazendeiro vendeu 183 de seus bois e comprou mais 266 bois. Quantos bois há agora na fazenda?

(A) 507
(B) 607
(C) 707
(D) 727

D20 – Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

Por meio deste descritor podem ser avaliadas habilidades que se referem à resolução, pelo aluno, de problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão, relacionadas a situações associadas à multiplicação comparativa; à comparação entre razões, isto é, envolvendo a idéia de proporcionalidade; à configuração retangular; e à idéia de análise combinatória.

Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas, que são exemplificadas a seguir, para cada situação:

Multiplicação comparativa:

– Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?

– Lia tem R$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

Proporcionalidade:

– Dois abacaxis custam R$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis?

– Marta pagou R$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote?

Configuração retangular:

– Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

– As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?

Análise combinatória:

– Tendo duas saias – uma preta (P) e uma branca (B) – e três blusas – uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) –, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

– Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

Exemplo:

Numa gincana, as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio. Uma equipe recolheu 5 sacos de 100 latinhas cada e outra equipe recolheu 3 sacos de 50 latinhas cada. Quantas latinhas foram recolhidas ao todo?

(A) 100

(B) 150

(C) 500

(D) 650

D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno utilizar as diferentes formas dos números racionais positivos. O aluno deve ter desenvolvido a capacidade de entender que duas ou mais frações equivalentes representam um mesmo número, que poderá ser inteiro ou decimal.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, que podem estar apoiadas por ilustrações, indicando as diferentes representações de um mesmo número racional. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

A professora de 4ª série, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou $\frac{2}{10}$ das questões. De que outra forma a professora poderia representar essa fração?

(A) 0,02

(B) 0,10

(C) 0,2

(D) 2,10

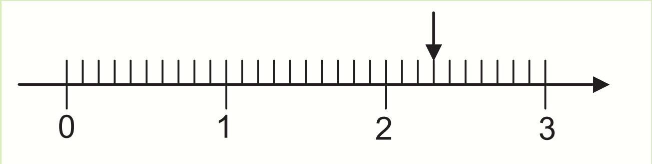
D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno perceber a disposição dos números racionais na reta numérica, compreendendo que há uma ordem lógica de organização desses números na reta. Devem ser exploradas apenas as formas decimais com décimos e centésimos, com e sem zeros intercalados.

Essa habilidade é avaliada como no descritor 14, por meio de situações-problema contextualizadas em que se requer que o aluno complete na reta numérica a seqüência correta dos números racionais apresentados. A seguir é apresentado um exemplo de item desse descritor.

Exemplo:

Observe a reta numérica abaixo.



O número decimal correspondente ao ponto assinalado nessa reta numérica é

(A) 0,3.

(B) 0,23.

(C) 2,3.

(D) 2,03.

D23 – Resolver problemas utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno resolver problemas do seu cotidiano, que envolvam o valor decimal de cédulas ou moedas do Sistema Monetário Brasileiro.

Essa habilidade é avaliada por meio da resolução de problemas que se relacionam ao cotidiano, associados à manipulação de dinheiro. Podem ser exploradas as operações de adição e subtração com decimais que representam quantidades monetárias, e as operações de multiplicação e divisão de um decimal que representa quantidades monetárias por um número natural. A seguir é apresentado um exemplo de item relacionado a esse descritor.

Exemplo:

Fernando tem, no seu cofrinho, cinco moedas de R$ 0,05, oito moedas de R$ 0,10 e três moedas de R$ 0,25. Que quantia Fernando tem no cofrinho?

(A) R$ 1,55

(B) R$ 1,80

(C) R$ 2,05

(D) R$ 4,05

D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à compreensão, pelo aluno, dos diferentes significados que uma fração pode representar. Podem-se citar os seguintes significados:

1. A relação parte-todo apresenta-se como um todo que se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes;
2. Outro significado das frações é o de quociente; baseia-se na divisão de um número natural por outro ($a \div b = a / b$; $b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3;
3. Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes”.

Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema que se apóiem, principalmente, em ilustrações próximas de situações cotidianas representando os diferentes significados de fração citados anteriormente. Um exemplo disso é apresentado a seguir.

Exemplo:

Sara fez um bolo e repartiu com seus quatro filhos. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum. Sabendo-se que o bolo foi dividido em 24 pedaços iguais, que parte do bolo foi consumida?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{24}$

D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados de adição e subtração.

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se à análise, interpretação e resolução de problemas relacionados aos diferentes significados da adição e subtração de números racionais, que já foram citados anteriormente, para números naturais.

Essas habilidades são avaliadas por meio de problemas contextualizados em que a adição e subtração são exploradas em situações de transformação, de combinação e de comparação, como mostra o exemplo a seguir.

Exemplo:

Em Belo Horizonte, ontem, a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

(A) 1,4 grau

(B) 1,6 grau

(C) 2,4 graus

(D) 2,6 graus

D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno resolver problemas utilizando a noção de porcentagem (25%, 50% e 100%). Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, presentes no cotidiano do aluno. É oportuno considerar aqui os conceitos de desconto e lucro, e explorá-los. Um exemplo desse tipo de situação é listado abaixo.

Exemplo:

Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

(A) 9

(B) 18

(C) 24

(D) 36

Tema IV – Tratamento da Informação

O desenvolvimento de habilidades relacionadas a este tema é de fundamental importância na compreensão de informações comunicadas na forma de tabelas e gráficos, tão presentes nos jornais e revistas e, portanto, no cotidiano dos alunos. Até a conclusão da 4ª série, espera-se que devam ser trabalhadas noções de coleta, organização e descrição de dados; leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (tabelas e gráficos); utilização das informações dadas; identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.

D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.

Pode-se avaliar, por meio deste descritor, a habilidade de o aluno ler, analisar e interpretar informações e dados apresentados em tabelas.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, em que os dados estejam organizados em tabelas e cujas respostas encontram-se nas próprias tabelas, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

A turma de Joana resolveu fazer uma pesquisa sobre o tipo de filme que as crianças mais gostavam. Cada criança podia votar em um só tipo de filme.

A tabela abaixo mostra o resultado da pesquisa com as meninas e com os meninos:

Tipo de filme	Número de votos	
	Meninas	Meninos
Aventura	8	10
Comédia	7	2
Desenho animado	5	5
Terror	2	4

Qual o tipo de filme preferido pelos MENINOS?

(A) Aventura

(B) Comédia

(C) Desenho animado

(D) Terror

D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

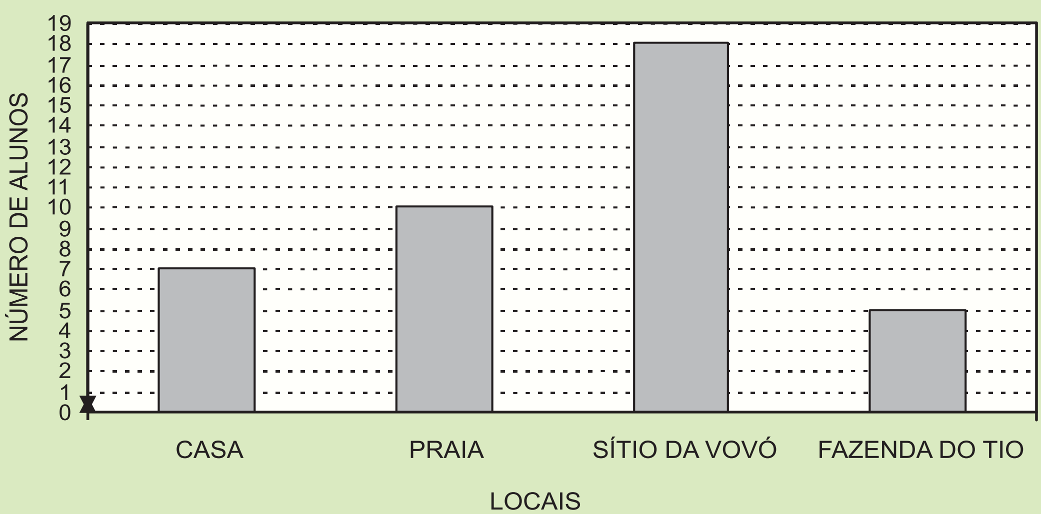
Por meio deste descritor pode-se avaliar a habilidade de o aluno ler, analisar e interpretar informações e dados apresentados em gráficos.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, nas quais é requerido do aluno que ele identifique características e informações indicadas nesses gráficos, como no exemplo seguinte.

Exemplo:

No final do ano, os alunos de Dona Célia fizeram uma pesquisa na sala, para saber onde cada um ia passar as férias. Cada aluno podia escolher um só lugar.

Este gráfico mostra o resultado da pesquisa:



Qual dos locais foi o MENOS escolhido pelos alunos para passarem as férias?

(A) Casa

(B) Fazenda do tio

(C) Praia

(D) Sítio da vovó